

Cambridge University Press

978-1-108-07799-6 - Essai sur L'Application de L'Analyse à la Probabilité des Décisions Rendues
à la Pluralité des Voix

Nicolas de Condorcet

Frontmatter

[More information](#)

CAMBRIDGE LIBRARY COLLECTION

Books of enduring scholarly value

Mathematics

From its pre-historic roots in simple counting to the algorithms powering modern desktop computers, from the genius of Archimedes to the genius of Einstein, advances in mathematical understanding and numerical techniques have been directly responsible for creating the modern world as we know it. This series will provide a library of the most influential publications and writers on mathematics in its broadest sense. As such, it will show not only the deep roots from which modern science and technology have grown, but also the astonishing breadth of application of mathematical techniques in the humanities and social sciences, and in everyday life.

Essai sur l'application de l'analyse à la probabilité des décisions rendues à la pluralité des voix

A central figure in the early years of the French Revolution, Nicolas de Condorcet (1743–94) was active as a mathematician, philosopher, politician and economist. He argued for the values of the Enlightenment, from religious toleration to the abolition of slavery, believing that society could be improved by the application of rational thought. In this essay, first published in 1785, Condorcet analyses mathematically the process of making majority decisions, and seeks methods to improve the likelihood of their success. The work was largely forgotten in the nineteenth century, while those who did comment on it tended to find the arguments obscure. In the second half of the twentieth century, however, it was rediscovered as a foundational work in the theory of voting and societal preferences. Condorcet presents several significant results, among which Condorcet's paradox (the non-transitivity of majority preferences) is now seen as the direct ancestor of Arrow's paradox.

Cambridge University Press

978-1-108-07799-6 - Essai sur L'Application de L'Analyse à la Probabilité des Décisions Rendues
à la Pluralité des Voix

Nicolas de Condorcet

Frontmatter

[More information](#)

Cambridge University Press has long been a pioneer in the reissuing of out-of-print titles from its own backlist, producing digital reprints of books that are still sought after by scholars and students but could not be reprinted economically using traditional technology. The Cambridge Library Collection extends this activity to a wider range of books which are still of importance to researchers and professionals, either for the source material they contain, or as landmarks in the history of their academic discipline.

Drawing from the world-renowned collections in the Cambridge University Library and other partner libraries, and guided by the advice of experts in each subject area, Cambridge University Press is using state-of-the-art scanning machines in its own Printing House to capture the content of each book selected for inclusion. The files are processed to give a consistently clear, crisp image, and the books finished to the high quality standard for which the Press is recognised around the world. The latest print-on-demand technology ensures that the books will remain available indefinitely, and that orders for single or multiple copies can quickly be supplied.

The Cambridge Library Collection brings back to life books of enduring scholarly value (including out-of-copyright works originally issued by other publishers) across a wide range of disciplines in the humanities and social sciences and in science and technology.

Cambridge University Press

978-1-108-07799-6 - Essai sur L'Application de L'Analyse à la Probabilité des Décisions Rendues
à la Pluralité des Voix

Nicolas de Condorcet

Frontmatter

[More information](#)

Essai sur l'application de l'analyse à la probabilité des décisions rendues à la pluralité des voix

NICOLAS DE CONDORCET



CAMBRIDGE
UNIVERSITY PRESS

Cambridge University Press
978-1-108-07799-6 - Essai sur L'Application de L'Analyse à la Probabilité des Décisions Rendues
à la Pluralité des Voix
Nicolas de Condorcet
Frontmatter
[More information](#)

CAMBRIDGE
UNIVERSITY PRESS

University Printing House, Cambridge, CB2 8BS, United Kingdom

Cambridge University Press is part of the University of Cambridge.
It furthers the University's mission by disseminating knowledge in the pursuit of
education, learning and research at the highest international levels of excellence.

www.cambridge.org
Information on this title: www.cambridge.org/9781108077996

© in this compilation Cambridge University Press 2014

This edition first published 1785
This digitally printed version 2014

ISBN 978-1-108-07799-6 Paperback

This book reproduces the text of the original edition. The content and language reflect
the beliefs, practices and terminology of their time, and have not been updated.

Cambridge University Press wishes to make clear that the book, unless originally published
by Cambridge, is not being republished by, in association or collaboration with,
or with the endorsement or approval of, the original publisher or its successors in title.

Cambridge University Press

978-1-108-07799-6 - Essai sur L'Application de L'Analyse à la Probabilité des Décisions Rendues
à la Pluralité des Voix

Nicolas de Condorcet

Frontmatter

[More information](#)

ESSAI
SUR L'APPLICATION
DE L'ANALYSE
À LA
PROBABILITÉ
DES DÉCISIONS
Rendues à la pluralité des voix.

*Par M. LE MARQUIS DE CONDORCET, Secrétaire perpétuel
de l'Académie des Sciences, de l'Académie Française, de
l'Institut de Bologne, des Académies de Pétersbourg, de
Turin, de Philadelphie & de Padoue.*

Quòd si deficiant vires audacia certè
Laus erit, in magnis & voluisse fat est.



A PARIS,
DE L'IMPRIMERIE ROYALE.

M. DCCCLXXXV.

Cambridge University Press
978-1-108-07799-6 - Essai sur L'Application de L'Analyse à la Probabilité des Décisions Rendues
à la Pluralité des Voix
Nicolas de Condorcet
Frontmatter
[More information](#)

j

DISCOURS

PRÉLIMINAIRE.

UN grand homme *, dont je regretterai toujours les leçons, les exemples, & sur-tout l'amitié, étoit persuadé que les vérités des Sciences morales & politiques, sont susceptibles de la même certitude que celles qui forment le système des Sciences physiques, & même que les branches de ces Sciences qui, comme l'Astronomie, paroissent approcher de la certitude mathématique.

Objet
de l'Ouvrage.

Cette opinion lui étoit chère, parce qu'elle conduit à l'espérance consolante que l'espèce humaine fera nécessairement des progrès vers le bonheur & la perfection, comme elle en a fait dans la connoissance de la vérité.

C'étoit pour lui que j'avois entrepris cet ouvrage, où en soumettant au Calcul des questions intéressantes pour l'utilité commune, j'essayoie de prouver, du moins par un exemple, cette opinion qu'il eût voulu faire partager à tous ceux qui aiment la vérité: il en voyoit avec peine plusieurs qui, persuadés qu'on ne pouvoit espérer d'y atteindre, dans les questions de ce genre, dédaignoient, par cette seule raison, de s'occuper des objets les plus importans.

Si l'humanité n'eût pas eu le malheur, long-temps irréparable, de le perdre trop tôt, cet ouvrage eut été moins imparfait: éclairé par ses conseils, j'aurois vu mieux ou plus loin, & j'aurois avancé avec plus de confiance des principes

* M. Turgot.

ij

D I S C O U R S

qui auroient été les siens. Privé d'un tel guide, il ne me reste qu'à faire à la mémoire l'hommage de mon travail, en faisant tous mes efforts pour le rendre moins indigne de l'amitié dont il m'honorait.

Cet Essai ne seroit que d'une utilité très-bornée s'il ne pouvoit servir qu'à des Géomètres, qui d'ailleurs ne trouveroient peut-être dans les méthodes de calcul rien qui pût mériter leur attention. Ainsi j'ai cru devoir y joindre un Discours, où, après avoir exposé les principes fondamentaux du Calcul des probabilités, je me propose de développer les principales questions que j'ai essayé de résoudre & les résultats auxquels le calcul m'a conduit. Les Lecteurs qui ne sont pas Géomètres, n'auront besoin, pour juger de l'ouvrage, que d'admettre comme vrai ce qui est donné pour prouvé par le calcul.

Presque par-tout on trouvera des résultats conformes à ce que la raison la plus simple auroit dicté; mais il est si facile d'obscurcir la raison par des sophismes & par de vaines subtilités, que je me croirois heureux quand je n'aurois fait qu'appuyer de l'autorité d'une démonstration mathématique une seule vérité utile.

Parmi le grand nombre d'objets importants auxquels le Calcul peut s'appliquer, j'ai choisi l'examen de la probabilité des décisions rendues à la pluralité des voix : ce sujet n'a été traité par personne, du moins avec l'étendue & avec les détails qu'il mérite, & il m'a semblé qu'il n'exigeoit point des forces supérieures aux miennes, même pour être traité avec une forte d'utilité.

Origine & motif de l'usage de décider les questions à la pluralité des voix.

Lorsque l'usage de soumettre tous les individus à la volonté du plus grand nombre, s'introduisit dans les sociétés, & que les hommes convinrent de regarder la décision de la pluralité

P R É L I M I N A I R E. iij

comme la volonté commune de tous , ils n'adoptèrent pas cette méthode comme un moyen d'éviter l'erreur & de se conduire d'après des décisions fondées sur la vérité : mais ils trouvèrent que , pour le bien de la paix & l'utilité générale , il falloit placer l'autorité où étoit la force , & que , puisqu'il étoit nécessaire de se laisser guider par une volonté unique , c'étoit la volonté du petit nombre qui naturellement devoit se sacrifier à celle du plus grand.

En réfléchissant sur ce que nous connoissons des constitutions des anciens Peuples , on voit qu'ils cherchèrent beaucoup plus à contre-balancer les intérêts & les passions des différens Corps qui entroient dans la constitution d'un État , qu'à obtenir de leurs décisions des résultats conformes à la vérité.

Les mots de liberté & d'utilité les occupoient plus que ceux de vérité & de justice ; & la liaison de ces objets entre eux , aperçue peut-être par quelques-uns de leurs Philosophes , n'étoit pas assez distinctement connue pour servir de base à la politique.

Dans les Nations modernes , où la Scolastique introduisit un esprit de raisonnement & de subtilité , qui peu-à-peu s'étendit sur tous les objets , on aperçoit , même au milieu des siècles d'ignorance , quelques traces de l'idée de donner aux Tribunaux une forme qui rende probable la vérité de leurs décisions.

L'unanimité exigée en Angleterre dans les jugemens par Jurés , l'usage d'exiger en France une pluralité de deux ou de trois voix pour condamner , sur-tout celui de ne regarder comme irrévocable une décision de la Rote , que lorsqu'elle a été donnée par trois jugemens uniformes , & quelques

a ij

iv

DISCOURS

coutumes semblables , établies dans plusieurs États d'Italie ; toutes ces institutions remontent à des temps fort antérieurs au retour des lumières , & toutes semblent annoncer des efforts pour obtenir des décisions conformes à la raison.

Les circonstances semblent l'exiger de nous. Chez les Anciens , c'est-à-dire , chez les Romains & les Grecs , seuls peuples dont l'Histoire nous soit bien connue , les grandes affaires se décidoient , ou par l'assemblée générale des Citoyens , ou par des Corps qui s'étoient emparés de la puissance souveraine : leur volonté juste ou injuste , fondée sur la vérité ou sur l'erreur , devoit avoir l'appui de la force ; & proposer des moyens d'affujettir leurs volontés à la raison , c'eût été leur proposer des chaînes & mettre des bornes à leur autorité ou à leur indépendance.

Parmi nous au contraire , les affaires sont le plus souvent décidées par le vœu d'un corps de Représentans ou d'Officiers , soit de la Nation , soit du Prince. Il est donc de l'intérêt de ceux qui disposent de la force publique , de n'employer cette force que pour soutenir des décisions conformes à la vérité , & de donner aux Représentans , qu'ils ont chargés de prononcer pour eux , des règles qui répondent de la bonte de leurs décisions.

Utilité d'appliquer le calcul à l'examen de la probabilité de ces décisions.

En cherchant , d'après la raison seule , quelle confiance plus ou moins grande mérite le jugement d'assemblées plus ou moins nombreuses , assujetties à une pluralité plus ou moins forte , partagées en plusieurs Corps différens ou réunies en un seul , formées d'hommes plus ou moins éclairés ; on sent qu'on ne parviendroit qu'à des résultats vagues , & souvent assez vagues pour devenir incertains , & pour nous induire en erreur si nous les admettions sans les avoir soumis au calcul.

Cambridge University Press

978-1-108-07799-6 - Essai sur L'Application de L'Analyse à la Probabilité des Décisions Rendues à la Pluralité des Voix

Nicolas de Condorcet

Frontmatter

[More information](#)

P R É L I M I N A I R E.

V

Ainsi, par exemple, on sentiroit aisément qu'en exigeant d'un Tribunal une pluralité plus grande pour condamner un accusé, on acquiert une sûreté aussi plus grande qu'un innocent ne sera pas envoyé au supplice: mais la raison sans calcul ne vous apprendra ni jusqu'à quelles bornes il peut être utile de porter cette sûreté, ni comment on peut la concilier avec la condition de ne pas laisser échapper trop de coupables.

La raison, avec un peu de réflexion, fera sentir la nécessité de constituer un Tribunal de manière qu'il soit presque impossible qu'un seul innocent soit condamné, même dans un long espace de temps; mais elle n'apprendra ni dans quelles limites on peut renfermer cette probabilité, ni comment y parvenir, sans multiplier le nombre des Juges au-delà des bornes qu'il n'est guère possible de passer.

Ces exemples suffisent pour faire apercevoir l'utilité &, j'oserois presque dire, la nécessité d'appliquer le calcul à ces questions.

Avant de rendre compte de mes recherches, il m'a paru nécessaire d'entrer dans quelques détails sur les principes du calcul des probabilités. Principe général du calcul des probabilités

Tout ce calcul, du moins toute la partie qui nous intéresse ici, est appuyée sur un seul principe général.

Si sur un nombre donné de combinaisons également possibles, il y en a un certain nombre qui donnent un événement, & un autre nombre qui donnent l'événement contraire, la probabilité de chacun des deux évènements sera égale au nombre des combinaisons qui l'amènent, divisé par le nombre total.

Ainsi, par exemple, si on prend un dez de six faces, dont on suppose que chaque face puisse arriver également, comme une seule donne six points, & que les cinq autres donnent

vj

D I S C O U R S

d'autres points, $\frac{1}{6}$ exprimera la probabilité d'amener cette face, & $\frac{5}{6}$ la probabilité de ne pas l'amener.

On voit que le nombre des combinaisons qui amènent un évènement & celui des combinaisons qui ne l'amènent pas, sont égaux ensemble au nombre total des combinaisons, & que par conséquent la somme des probabilités de deux évènements contradictoires est égale à l'unité.

Or, supposons que l'une de ces probabilités soit nulle, l'autre toute seule sera donc égale à l'unité; mais une probabilité n'est nulle que parce qu'aucune combinaison ne peut amener l'évènement qui y répond: l'évènement contradictoire, ou celui dont la probabilité est 1, arrive donc nécessairement; donc cet évènement est certain.

Il faut nécessairement qu'un évènement arrive ou qu'il n'arrive pas: il est donc sûr qu'il arrivera un des deux évènements contradictoires, & la somme de leurs probabilités est exprimée par 1.

Voilà tout ce qu'on entend, en disant que la probabilité est exprimée par une fraction, & la certitude par l'unité.

Ce principe suffit pour tous les cas. En effet, si l'on considère trois évènements qui peuvent résulter d'un certain nombre de combinaisons possibles, la probabilité du premier sera égale au nombre des combinaisons qui l'amènent, divisé par le nombre total des combinaisons; & celle de l'un ou l'autre des deux autres évènements, au nombre des combinaisons qui n'amènent pas le premier divisé par le nombre total.

Par la même raison, la probabilité du second évènement sera égale au nombre des évènements qui l'amènent divisé par le nombre total.

Il en sera de même de la probabilité du troisième, & les

P R É L I M I N A I R E. vij

Les sommes des probabilités des trois évènements seuls possibles seront encore égales à l'unité.

Si les combinaisons ne sont pas également possibles, le même principe s'y applique encore. En effet, une combinaison deux fois plus possible qu'une autre, n'est autre chose que deux combinaisons égales & semblables, comparées à une combinaison unique.

Examinons maintenant ce premier principe. On voit d'abord que si on se borne à entendre par probabilité d'un évènement le nombre des combinaisons où il a lieu, divisé par le nombre total des combinaisons possibles, le principe n'est qu'une vérité de définition, & qu'ainsi le calcul, dont il est la base, devient d'une vérité rigoureuse.

De la nature de la probabilité & du motif de croire qui en résulte.
Sens abstrait du mot probabilité.

Mais on ne se borne point à ce seul sens.

On entend de plus, 1.^o que si on connoît le nombre des combinaisons qui amènent un évènement, & le nombre des combinaisons qui ne l'amènent pas, & que le premier surpasse le second, il y a lieu de croire que l'évènement arrivera plutôt que de croire qu'il n'arrivera pas.

Sens plus étendu de ce mot, & propositions, dont en le prenant dans ce sens, on suppose la vérité.

2.^o Que ce motif de croire augmente en même temps que le rapport du nombre des combinaisons favorables avec le nombre total.

3.^o Qu'il croît proportionnellement à ce même rapport.

La vérité de cette dernière proposition dépend de celle de la seconde & de la première. En effet, si le motif de croire devient plus fort lorsque le nombre des combinaisons augmente, on peut démontrer que si on répète un certain nombre de fois le jugement conforme à cette opinion, c'est-à-dire, que l'évènement qui a plus de combinaisons en sa faveur arrivera plutôt que l'autre, la combinaison la plus probable

Preuve de ces propositions : la troisième est une conséquence des deux premières.

viii

DISCOURS

est celle où le nombre des jugemens vrais seroit au nombre total des jugemens, comme le nombre des combinaisons favorables à l'évènement à leur nombre total, c'est-à-dire, que la combinaison la plus probable est celle où le rapport du nombre des jugemens vrais au nombre total des jugemens, sera égal à ce que nous appelons la probabilité de l'évènement.

On peut démontrer également que plus on multipliera les jugemens, plus il deviendra probable que ces deux rapports s'écarteront très-peu l'un de l'autre *. Ainsi admettre qu'une probabilité plus grande (ce mot étant pris dans le sens abstrait de la définition) est un motif plus grand de croire, c'est admettre en même temps que ces motifs sont proportionnels aux probabilités.

Que la seconde est aussi une conséquence de la première.

Cela posé, du moment qu'on admet que, dès que le nombre des combinaisons qui amènent un évènement, est plus grand que le nombre des combinaisons qui ne l'amènent pas, on a un motif de croire que l'évènement arrivera; on doit admettre que si la probabilité d'un autre évènement est plus grande, le motif de croire sera plus grand aussi.

En effet, si les probabilités sont égales, les motifs de croire sont égaux. Supposant donc une probabilité donnée, & qu'on trouve par le calcul, que si on juge conformément au motif de crédibilité qui en résulte, on aura une certaine probabilité de ne se tromper dans ses jugemens qu'une fois sur dix; en appliquant le même calcul à une probabilité plus grande, on trouvera qu'en jugeant conformément au motif

* Voyez pour ces deux démonstrations, la troisième partie de l'*Ars conjectandi* de Jacques Bernoulli, Ouvrage plein de génie & l'un de ceux qui font le plus regretter que ce grand homme ait commencé si tard sa carrière mathématique, & que la mort l'ait si-tôt interrompue.

de

Cambridge University Press

978-1-108-07799-6 - Essai sur L'Application de L'Analyse à la Probabilité des Décisions Rendues à la Pluralité des Voix

Nicolas de Condorcet

Frontmatter

[More information](#)

P R É L I M I N A I R E. ix

de crédibilité qui en résulte, on aura la même probabilité de ne se tromper qu'une fois sur un nombre plus grand de jugemens *. On aura donc dans les deux cas une égale probabilité, un égal motif de croire qu'on se trompera moins en jugeant d'après la seconde probabilité qu'en jugeant d'après la première, & par conséquent un motif plus fort pour se déterminer à juger d'après la seconde. Ainsi la vérité de la seconde des propositions précédentes dépend encore de la vérité de la première proposition.

Il nous reste donc à examiner seulement si, lorsque la probabilité d'un événement (ce mot étant toujours pris dans le sens abstrait) est plus grande que celle de l'événement contraire, on a un motif de croire que le premier événement arrivera.

Preuve de la
première pro-
position,

Il suffira d'examiner cette proposition, dans le cas où la différence de ces probabilités est fort grande; car ce motif ne peut subsister dans ce cas sans subsister, quoiqu'avec moins de force, lorsque la différence est très-petite.

En effet, quelque petit que soit l'excès d'une probabilité sur l'autre, on trouve, par le calcul, que si on considère une suite d'événemens semblables, on pourra obtenir une très-grande probabilité que l'événement qui avoit en sa faveur la plus grande des deux probabilités, arrivera plus souvent que l'autre **. On aura donc, par l'hypothèse, un motif de croire qu'il arrivera plus souvent que l'autre, & par conséquent un motif de croire plutôt qu'il arrivera que de croire qu'il n'arrivera pas.

Examinons maintenant cette première proposition, à

* Ceci ne demande qu'un calcul très-simple, & qu'il suffit d'indiquer.

** Cette proposition est démontrée dans cet Ouvrage, pages 14 & 25.
b

x D I S C O U R S

laquelle nous venons de réduire les deux autres, & que nous avons elle-même réduite à ses termes les plus simples.

Nature du motif de croire qui résulte de la probabilité.

Un évènement futur n'est pour nous qu'un évènement inconnu. Supposons un sac dans lequel je sache qu'il existe quatre-vingt-dix boules blanches & dix noires, & qu'on me demande quelle est la probabilité d'en tirer une boule blanche; ou que la boule étant déjà tirée, mais couverte d'un voile, on me demande quelle est la probabilité que l'on a tiré une boule blanche: il est clair que dans les deux cas ma réponse fera la même, & que la probabilité est égale. Je répondrai donc qu'il est plus probable de tirer une boule blanche; cependant c'est une boule blanche ou une boule noire qui est nécessairement sous le voile.

Ainsi le motif qui me porte à croire que la boule est blanche, ou la probabilité qu'elle est blanche, reste la même, quoiqu'il soit sûr que la boule est blanche, ou qu'il soit sûr qu'elle est noire, quoique l'un ou l'autre de ces faits puisse être certain pour un autre individu, & j'ai dans ce cas une égale probabilité pour la couleur blanche de la boule, un égal motif de la croire blanche, & lorsque ce fait est certain, & lorsqu'il est certainement faux.

Il n'y a donc aucune liaison immédiate entre ce motif de croire & la vérité du fait qui en est l'objet; il n'y en a aucune entre la probabilité & la réalité des évènements.

Ce motif est le même que celui qui nous fait croire à la constance des phénomènes de la Nature.

Pour connoître la nature de ce motif, il nous suffira d'observer que toutes nos connoissances sur les évènements naturels qui n'ont pas frappé nos sens, sur les évènements futurs, c'est-à-dire, toutes celles qui dirigent notre conduite & nos jugemens dans le cours de notre vie, sont fondées sur ces deux principes: *que la Nature suit des loix invariables, & que*

P R É L I M I N A I R E. xj

les phénomènes observés nous ont fait connoître ces loix. L'expérience constante que les faits sont conformes à ces principes, est pour nous le seul motif de les croire. Or, si on pouvoit rassembler tous les faits, dont l'observation nous a conduits à croire ces deux propositions, le calcul nous apprendroit à déterminer avec précision quelle est la probabilité qu'elles sont vraies*.

Nous ne pouvons à la vérité rassembler ces données, & nous voyons seulement que le calcul nous conduiroit à une probabilité très-grande : mais cette différence ne change point la nature du motif de croire, qui est le même dans les deux cas.

Ainsi le motif de croire que sur dix millions de boules blanches mêlées avec une noire, ce ne sera point la noire que je tirerai du premier coup, est de la même nature que le motif de croire que le Soleil ne manquera pas de se lever demain, & ces deux opinions ne diffèrent entr'elles que par le plus ou le moins de probabilité.

Si je regarde deux hommes de six pieds, l'un à douze pieds de distance & l'autre à vingt-quatre, je les vois d'une grandeur égale; & cependant si je ne pouvois former aucun jugement d'après leur distance, leur forme, le degré de clarté, ou de lumière de leurs images, l'un me paroîtroit une fois plus grand que l'autre. Quel est donc mon motif de les juger égaux? c'est qu'une expérience constante m'a instruit que, malgré l'inégalité de leurs images, des corps vus de cette manière dans les mêmes circonstances, étoient sensiblement égaux. Ce jugement est donc fondé sur une simple probabilité: le motif de croyance qui naît de la probabilité, a donc

Il est le même que celui des jugemens qui se confondent avec les sensations.

* Voyez la troisième Partie de cet Ouvrage.

assez de force pour devenir involontaire, irrésistible; de manière que le jugement, porté d'après ce motif, se confonde absolument avec la sensation même. Dans cet exemple, nous voyons ce que ce motif nous porte à croire, & nous ne pouvons voir autrement.

Si je fais rouler une petite boule entre deux doigts croisés, je sens deux boules, quoiqu'il n'y en ait qu'une, & cela, parce que j'ai constamment éprouvé qu'il existoit deux corps ronds toutes les fois que j'éprouvois cette sensation en même temps aux deux côtés opposés de deux doigts. Voici donc encore un jugement fondé sur la probabilité produite par l'expérience, qui est devenu une sensation involontaire: cependant malgré cette sensation, je juge qu'il n'y a qu'un corps en vertu d'une probabilité plus grande, & ce jugement l'emporte sur le premier, quoique l'habitude n'ait pas eu le pouvoir de le changer en sensation.

Il est le même
que celui qui
nous fait croire
l'existence des
corps.

La croyance de l'existence même des corps, n'est fondée que sur un motif semblable, que sur une probabilité. En effet, l'idée de cette existence est uniquement pour nous la persuasion que le système des sensations qui sont excitées en nous dans un instant, se représenteront constamment de même dans des circonstances semblables, ou avec de certaines différences liées constamment au changement des circonstances*. Cette persuasion de l'existence des corps n'est donc fondée que sur la confiance dans l'ordre des phénomènes, que des expériences répétées nous ont fait connoître: le motif de croire à cette existence est donc absolument de la même nature que celui qui naît de la probabilité.

* Voyez l'article *existence* dans l'Encyclopédie, où cette matière est traitée avec beaucoup de profondeur & de clarté.

P R É L I M I N A I R E. xiiij

Si on demande maintenant quelle est la certitude d'une démonstration mathématique, je répondrai qu'elle est encore de la même nature.

Ce même motif se mêle encore à la certitude des démonstrations.

En effet, je suppose, par exemple, que j'emploie dans cette démonstration la formule du binome, il est clair qu'en supposant même une certitude entière de la vérité de ma démonstration, je ne suis sûr de l'exactitude de la formule du binome que par le souvenir d'en avoir entendu & suivi la démonstration. Or, si ce souvenir de la bonté de cette démonstration est actuellement pour moi un motif de croire, c'est seulement parce que l'expérience m'a montré que si je m'étois une fois démontré une vérité, je retrouverois certainement cette même vérité toutes les fois que j'en voudrois suivre la démonstration. C'est donc encore un motif de croire, fondé sur l'expérience du passé, & par conséquent sur la probabilité.

Nous n'avons donc à la rigueur une véritable certitude que celle qui naît de l'évidence intuitive, c'est-à-dire, celle de la proposition de la vérité de laquelle nous avons la conscience; ou bien, dans un raisonnement suivi, de la légitimité de chaque conséquence, le principe étant supposé vrai, mais non celle de la conséquence elle-même, puisque la vérité de cette conséquence dépend de propositions, de la vérité desquelles nous avons cessé d'avoir la conscience. Ainsi le motif de croire cette conséquence, est fondé uniquement sur la probabilité.

Il est cependant entre les vérités, regardées comme ayant une certitude entière & les autres, une différence qu'il est essentiel de remarquer.

Pour les premières, nous ne sommes obligés d'admettre qu'une seule supposition fondée sur la probabilité, celle que le souvenir

d'avoir eu la conscience de la vérité d'une proposition ne nous ayant jamais trompé, ce même souvenir ne nous trompera point dans une nouvelle occasion : mais pour les autres, le motif de croire est fondé d'abord sur ce principe, & ensuite sur l'espèce de probabilité propre à chaque objet. La possibilité de l'erreur dépend de plusieurs causes combinées. Si on la suppose la même pour chacune, le calcul montrera qu'elle sera plus que double s'il y a deux causes, plus que triple s'il y en a trois, &c. Ainsi nous donnons le nom de certitude mathématique à la probabilité, lorsqu'elle se fonde sur la constance des loix observées dans les opérations de notre entendement. Nous appelons certitude physique la probabilité qui suppose de plus la même constance dans un ordre de phénomènes indépendans de nous, & nous conservons le nom de probabilité pour les jugemens exposés de plus à d'autres sources d'incertitude.

Si nous comparons maintenant le motif de croire les vérités que nous venons d'examiner, avec le motif de croire d'après une probabilité calculée, nous n'y trouverons que trois différences ; la première, que dans les espèces de vérités que nous avons examinées, la probabilité est inassignable, & presque toujours tellement grande qu'il seroit superflu de la calculer : la seconde, qu'accoutumés dans le cours de la vie à fonder nos jugemens sur cette probabilité, nous formons ces jugemens sans songer à la nature du motif qui les détermine, au lieu que dans les questions soumises au calcul des probabilités, nous y arrêtons notre attention : dans le premier cas, nous cédon sans le savoir à un penchant involontaire ; dans le second, nous nous rendons compte du motif qui détermine ce penchant : la troisième, que dans le premier cas nous pouvons savoir seulement que nous avons des motifs de croire plus ou

Cambridge University Press

978-1-108-07799-6 - Essai sur L'Application de L'Analyse à la Probabilité des Décisions Rendues à la Pluralité des Voix

Nicolas de Condorcet

Frontmatter

[More information](#)**P R É L I M I N A I R E. xv**

moins forts; au lieu que dans la seconde, nous pouvons exprimer en nombres les rapports de ces différens motifs.

Ce simple exposé nous suffit pour sentir la nature du motif de croire qui résulte de la probabilité calculée, & toute l'étendue de l'utilité de ce calcul, puisqu'il nous sert à mesurer avec précision les motifs de nos opinions dans tous les cas où cette mesure précise peut être utile.

Plan de l'Ouvrage.

DANS l'examen de la probabilité des décisions à la pluralité des voix, il faut distinguer deux espèces de décisions : dans les premières, la décision est adoptée, quelle que soit la pluralité qui la forme.

Division générale des décisions en deux genres. Questions auxquelles il convient de les appliquer.

Alors si le nombre des Votans est impair, il y a nécessairement une décision.

S'il est pair, le cas de partage est le seul où il n'y ait pas de décision.

Cette méthode de décider paroît ne devoir s'appliquer qu'aux questions sur lesquelles il est nécessaire de prendre un parti, à celles où les inconvéniens de l'erreur sont égaux, quel que soit le parti qu'on ait adopté, & sont en même temps inférieurs à l'inconvénient de remettre la décision.

Dans la seconde espèce de décisions, on ne les regarde comme prononcées que lorsqu'elles ont en leur faveur une pluralité qui est fixée. Si cette pluralité n'a pas lieu; ou l'on remet la décision, parce que l'on juge qu'il vaut mieux attendre que de risquer de prendre un mauvais parti; ou bien l'on choisit un des deux partis, soit parce qu'on juge qu'il vaut mieux risquer de se tromper en le suivant que de remettre la décision, soit parce que le parti contraire ne peut être adopté

xvj

DISCOURS

avec justice, si l'on n'a pas une grande probabilité que ce parti est conforme à la vérité.

Loix.

Je suppose, par exemple que l'on propose à une assemblée de décider s'il est à propos de faire une loi nouvelle, on peut croire qu'une loi n'étant utile que lorsqu'elle est conforme à la raison, il faut exiger une pluralité telle qu'elle donne une très-grande probabilité de la justesse de la décision, & qu'il vaut mieux ne faire aucune loi qu'en faire une mauvaise.

On pourroit même alors, & la justice semble l'exiger, distinguer entre les loix qui rétablissent les hommes dans la jouissance de leurs droits naturels, celles qui mettent des entraves à ces droits, & celles enfin, du moins s'il en peut exister de telles, qui paroissent n'augmenter ni ne diminuer l'exercice de la liberté naturelle. Dans le premier cas, la simple pluralité doit suffire; une grande pluralité paroît devoir être exigée pour celles qui mettent des bornes à l'exercice des droits naturels de l'homme, parce qu'il ne peut jamais être ni juste ni légitime d'attenter à ces droits, à moins d'avoir une forte assurance * que l'exercice qu'en feroient ceux à qui on les enlève, leur seroit nuisible à eux-mêmes. Enfin dans le troisième cas, on peut balancer entre la crainte de retarder des changemens utiles si on exige une trop forte pluralité, & celle de prendre un mauvais parti si on se contente d'une pluralité trop foible. Nous avons supposé ici qu'il pouvoit être regardé comme utile, dans certains cas, de restreindre

* Nous nous servons du mot *assurance* dans la suite de ce Discours, pour désigner cette espèce de probabilité, qu'on appelle, dans les écoles, *certitude morale*, afin d'éviter le mot de *certitude* qui pourroit être équivoque.

l'exercice

P R É L I M I N A I R E. xvij

l'exercice des droits naturels, ou d'en continuer la suspension déjà prononcée; mais c'est seulement comme une hypothèse propre à donner un exemple, & non que nous admettions cette opinion, sur-tout pour une législation permanente.

En général, puisqu'il s'agit, dans une loi qui n'a pas été votée unanimement, de soumettre des hommes à une opinion qui n'est pas la leur ou à une décision qu'ils croient contraire à leur intérêt; une très-grande probabilité de cette décision, est le seul motif raisonnable & juste d'après lequel on puisse exiger d'eux une pareille soumission.

Si l'on considère un Tribunal chargé de rendre des jugemens en matière criminelle; on sent au premier coup-d'œil, qu'il ne peut être permis d'accorder l'appui de la force publique à ces jugemens, lorsqu'ils condamnent un accusé, s'il ne résulte pas de la forme du Tribunal une extrême assurance que l'accusé est coupable, si cette assurance n'existe pas même pour ceux qui ne connoissent du jugement que la constitution du Tribunal seulement, ou que cette constitution avec la pluralité à laquelle le jugement a été rendu: l'obligation imposée à tout homme de défendre le malheureux opprimé, cette obligation de laquelle résulte un véritable droit de la remplir, ne peut céder qu'à l'assurance que cette oppression apparente est une justice réelle, Jugement d'un accusé,

Cette pluralité, plus grande que celle d'une voix, pourroit même être exigée pour les jugemens en matière civile, dans les cas, par exemple, où l'on admet la prescription. En effet, le motif de rendre les possesseurs plus tranquilles, quelque utile que cette sécurité soit au bien public, ne suffiroit pas pour rendre légitime une atteinte au droit de propriété. Prescription,

Ainsi la prescription n'est rigoureusement juste que dans

xviii

DISCOURS

la supposition qu'au bout d'un certain nombre d'années la probabilité que le possesseur actuel n'est plus en état de produire les titres-originaux de sa propriété, l'emporte sur la probabilité que le vrai propriétaire ait négligé si long-temps de faire valoir ses droits. La longue possession forme, en faveur de celui qui en a joui, une forte présomption que sa possession est légitime; elle forme un droit tant qu'il n'existe pas un droit contraire bien prouvé; mais par-tout où il existe une propriété légale, il seroit injuste d'attribuer plus de force à la possession.

Cependant la longue possession ne doit être attaquée que lorsqu'il existe une très-grande probabilité qu'elle est illégitime. On pourroit donc, au lieu d'établir une prescription absolue de trente ans, par exemple, fixer à cette prescription absolue un terme bien plus éloigné; mais statuer que le jugement qui condamneroit celui qui a une prescription moindre, celle de trente ans par exemple, ne seroit exécuté que dans le cas où il auroit la pluralité d'un certain nombre de voix: autrement le bien resteroit au possesseur, quand même il auroit une pluralité moindre contre lui.

Cette législation auroit un grand avantage, celui de pouvoir exiger une pluralité plus ou moins grande, suivant différentes durées de possession, & c'est peut-être le seul moyen de concilier la sécurité des possesseurs avec la sûreté des propriétés.

De ce qu'il faut considérer dans l'examen de la probabilité des décisions.

Il y a quatre points essentiels à considérer relativement à la probabilité des décisions.

- 1.° La probabilité qu'une assemblée ne rendra pas une décision fautive.
- 2.° La probabilité qu'elle rendra une décision vraie.
- 3.° La probabilité qu'elle rendra une décision vraie ou fautive.

P R É L I M I N A I R E. xix

4.^o La probabilité de la décision, lorsqu'on la suppose rendue, ou lorsque l'on suppose de plus que l'on connoît la pluralité à laquelle elle a été formée.

En effet, il est aisé de voir, 1.^o qu'une forme de décision est dangereuse, s'il n'est pas très-probable pour chaque votation qu'il n'en résultera pas une décision fautive,

2.^o Que l'on doit chercher une forme qui puisse donner une grande probabilité d'avoir une décision vraie, autrement l'avantage de ne pas craindre une décision fautive, naîtroit uniquement de ce qu'il seroit très-probable de n'en avoir aucune; inconvénient très-grand, puisque, suivant le genre d'objets sur lesquels on décide, il empêche en grande partie l'assemblée qui prononce, de remplir les vues pour lesquelles elle a été instituée.

Le troisième point dépend des deux premiers. En effet, si l'on a une grande probabilité d'avoir une décision vraie, & en même temps une très-grande probabilité de n'avoir pas une décision fautive, il est clair que celle d'avoir une décision fautive ou vraie, approche de la première, & la surpasse.

La quatrième condition exige plus de discussion. Il est nécessaire d'abord d'avoir une grande probabilité que la décision est conforme à la vérité lorsqu'on fait qu'il existe une décision. Cette condition dépend encore des deux premières; car si la probabilité d'avoir une décision vraie est grande, & le risque d'en avoir une fautive fort petit, il est clair que dès que l'on fait qu'il existe une décision, il devient très-probable que cette décision est conforme à la vérité. Il ne faut pas confondre la probabilité d'avoir une décision vraie avec la probabilité qu'une décision qu'on suppose rendue, est conforme à la vérité: la première est contraire, non-seulement à la

c ij

xx

DISCOURS

probabilité d'avoir une décision fautive, mais à celle de n'avoir aucune décision: la seconde n'est contraire qu'à celle d'avoir une décision fautive. Pour la première, il faut comparer le nombre des cas où la décision est vraie au nombre de tous les cas possibles: pour la seconde, il faut comparer ce premier nombre, seulement au nombre total des cas où il y a une décision. La première est, par exemple, la probabilité qu'un accusé coupable sera condamné; la seconde est la probabilité qu'un accusé condamné est coupable. Mais on doit exiger de plus une autre condition, & il faut que si l'on fait qu'il y a une décision, & qu'on connoisse à quelle pluralité elle a été rendue, on ait une probabilité suffisante de la vérité de cette décision. Nous en avons dit ci-dessus la raison. Cette assurance est nécessaire, par exemple, toutes les fois qu'il est question de punir un accusé; autrement il arriveroit qu'un homme condamné par une pluralité qui ne donneroit pas cette assurance, seroit puni lorsqu'il est très-peu probable que cet homme est coupable. Ainsi dans tous les cas où nous avons vu qu'il seroit convenable de fixer une pluralité au-dessous de laquelle on doit suivre le vœu de la minorité, ou regarder l'affaire comme indécidée, il faut que cette moindre pluralité soit telle qu'il en résulte la probabilité qu'on a cru devoir exiger dans la décision.

Nécessité d'avoir une assurance suffisante de la vérité de la décision, même lorsqu'on la fait rendre à la moindre pluralité possible.

Il ne suffiroit pas qu'il fût très-probable que le cas où la pluralité est trop petite pour donner l'assurance demandée, ne se présentera pas, & cela par deux raisons; la première, parce que si cet événement, très-improbable, arrivoit, ce qui est toujours possible, on seroit obligé de se conduire d'après une décision peu probable, & que l'on connoîtroit comme telle. On est sans doute exposé dans tous les systèmes

P R É L I M I N A I R E. xxj

de pluralité à adopter une décision fautive, mais c'est lorsqu'il y a une grande probabilité qu'elle est vraie; au lieu qu'il ne peut y avoir aucun motif raisonnable de se soumettre à une décision, lorsque pour s'y soumettre il faudroit avoir une véritable assurance de la vérité de cette décision, & qu'on en a au contraire une très-petite probabilité. La seconde raison, est que cet inconvénient ne naît point de la nature des choses, mais de la forme que l'on a choisie. Ainsi, par exemple, il n'est pas injuste de punir un homme, quoiqu'il soit possible que ses Juges se soient trompés en le déclarant coupable, & il le seroit de le punir lorsqu'il n'a contre lui qu'une pluralité qui ne donne pas une assurance suffisante de son crime.

Dans le premier cas, on n'est pas injuste en jugeant d'après une probabilité qui expose encore à l'erreur, parce qu'il est de notre nature de ne pouvoir juger que sur de semblables probabilités: dans le second on le seroit, parce qu'on se seroit exposé volontairement à punir un homme sans avoir l'assurance de son crime. Dans le premier cas on a, en punissant, une très-grande probabilité de la justice de chaque acte en particulier: dans le second, on fait que dans cet acte particulier on commet une injustice.

Ces principes une fois établis, il s'agit d'appliquer le calcul aux différentes formes de décisions, aux différentes hypo-

Plan
de l'Ouvrage

thèses de pluralité.

Pour cela, nous supposerons d'abord les assemblées composées de Votans ayant une égale justesse d'esprit & des lumières égales: nous supposerons qu'aucun des Votans n'a d'influence sur les voix des autres, & que tous opinent de bonne foi. Supposant ensuite que l'on connoît la probabilité

xxij

D I S C O U R S

que la voix de chaque Votant sera conforme à la vérité, la forme de la décision, l'hypothèse de pluralité & le nombre des Votans, on cherche, 1.^o la probabilité de ne pas avoir une décision contraire à la vérité; 2.^o la probabilité d'avoir une décision vraie; 3.^o la probabilité d'avoir une décision vraie ou fausse, 4.^o celle qu'une décision qu'on fait avoir été rendue sera plutôt vraie que fausse; & enfin la probabilité de la décision rendue à une pluralité connue. Tel est l'objet de la première Partie.

Dans la seconde au contraire, on suppose l'un de ces élémens connus, & l'on cherche l'une de ces trois choses, ou l'hypothèse de pluralité, ou le nombre des Votans, ou la probabilité de la voix de chaque Votant, en regardant les deux autres comme données.

On a supposé connue jusqu'ici, tantôt la probabilité de la voix de chaque Votant, tantôt celle de la décision prise sous différentes faces. Nous avons dit de plus que l'on doit chercher l'assurance, 1.^o de ne pas avoir une décision contraire à la vérité, 2.^o d'avoir, lorsque l'on fait que la décision est portée, une décision plutôt vraie que fausse, & qu'il falloit également avoir une grande probabilité d'avoir une décision vraie; enfin que dans un grand nombre de circonstances il falloit avoir une assurance suffisante de la vérité de la décision, lors même que, connoissant à quelle pluralité la décision a été rendue, on fait que cette pluralité est la moindre qu'il est possible.

Or, comment connoître la probabilité de la voix de chaque Votant, ou celle de la décision d'un Tribunal, comment déterminer la probabilité qu'on peut regarder comme une véritable assurance, ou celle qu'on peut, dans d'autres cas

Cambridge University Press

978-1-108-07799-6 - Essai sur L'Application de L'Analyse à la Probabilité des Décisions Rendues à la Pluralité des Voix

Nicolas de Condorcet

Frontmatter

[More information](#)P R É L I M I N A I R E. xxiiij

regarder comme suffisante. Tel est l'objet de la troisième Partie.

J'examine dans la quatrième les changemens que peuvent apporter dans les résultats trouvés dans la première Partie, l'inégalité de lumières ou de justesse d'esprit des Votans, la supposition que la probabilité de leurs voix n'est pas constante, l'influence qu'un d'eux peut avoir sur les autres, la mauvaise foi de quelques-uns, l'usage de réduire à une seule les voix de plusieurs Juges lorsqu'ils sont d'accord, enfin la diminution de probabilité que doit éprouver la voix des Votans, lorsqu'un Tribunal, dont la première décision n'a pas été rendue à la pluralité exigée, vote de nouveau sur la même question, & finit par la décider avec cette pluralité.

Ces dernières recherches étoient nécessaires pour pouvoir appliquer la théorie à la pratique.

La cinquième Partie enfin contiendra l'application des principes exposés dans les premières à quelques exemples, tels que l'établissement d'une loi, une élection, le jugement d'un accusé, une décision qui prononce sur la propriété.

Analyse de la première Partie.

JE considère d'abord le cas le plus simple, celui où le nombre des Votans étant impair, on prononce simplement à la pluralité.

Première hypothèse.

On suppose la décision rendue à la simple pluralité.

Dans ce cas, la probabilité de ne pas avoir une décision fautive, celle d'avoir une décision vraie, celle que la décision rendue est conforme à la vérité, sont les mêmes, puisqu'il ne peut y avoir de cas où il n'y ait pas de décision.

On trouve de plus, que si la probabilité de la voix de chaque Votant est plus grande que $\frac{1}{2}$, c'est-à-dire, s'il est

Conséquences du calcul.

xxiv

D I S C O U R S

plus probable qu'il jugera conformément à la vérité, plus le nombre des Votans augmentera, plus la probabilité de la vérité de la décision sera grande : la limite de cette probabilité sera la certitude ; en sorte qu'en multipliant le nombre des Votans, on aura une probabilité aussi grande qu'on voudra d'avoir une décision vraie ; & c'est-là ce que nous entendrons toutes les fois que nous dirons que la limite de la probabilité est 1, ou la certitude.

Si au contraire la probabilité du jugement de chaque Votant est au-dessous de $\frac{1}{2}$, c'est à-dire, s'il est plus probable qu'il se trompera, alors plus le nombre des Votans augmentera, plus la probabilité de la vérité de la décision diminuera ; la limite de cette probabilité sera zéro, c'est-à-dire, qu'on pourra, en multipliant le nombre des Votans, avoir une probabilité aussi petite qu'on voudra de la vérité de la décision, ou une probabilité aussi grande qu'on voudra que cette décision sera erronée.

Si la probabilité de la vérité de chaque voix est $\frac{1}{2}$, alors, quel que soit le nombre des Votans, celle de la vérité de la décision sera aussi $\frac{1}{2}$.

Application
de ces consé-
quences aux
assemblées po-
pulaires.

Cette conclusion conduit d'abord à une remarque assez importante. Une assemblée très-nombreuse ne peut pas être composée d'hommes très-éclairés ; il est même vraisemblable que ceux qui la forment joindront sur bien des objets beaucoup d'ignorance à beaucoup de préjugés. Il y aura donc un grand nombre de questions sur lesquelles la probabilité de la vérité de la voix de chaque Votant sera au-dessous de $\frac{1}{2}$; alors plus l'assemblée sera nombreuse, plus elle sera exposée à rendre des décisions fausses.

Or, comme ces préjugés, cette ignorance, peuvent exister
sur