CAMBRIDGE LIBRARY COLLECTION

Books of enduring scholarly value

Mathematics

From its pre-historic roots in simple counting to the algorithms powering modern desktop computers, from the genius of Archimedes to the genius of Einstein, advances in mathematical understanding and numerical techniques have been directly responsible for creating the modern world as we know it. This series will provide a library of the most influential publications and writers on mathematics in its broadest sense. As such, it will show not only the deep roots from which modern science and technology have grown, but also the astonishing breadth of application of mathematical techniques in the humanities and social sciences, and in everyday life.

Die Ausdehnungslehre

In 1844, the Prussian schoolmaster Hermann Grassmann (1809–77) published *Die Lineale Ausdehnungslehre* (also reissued in the Cambridge Library Collection). This revolutionary work anticipated the modern theory of vector spaces and exterior algebras. It was little understood at the time and the few sympathetic mathematicians, rather than trying harder to comprehend it, urged Grassmann to write an extended version of his theories. The present work is that version, first published in 1862. However, this also proved too far ahead of its time and Grassmann turned to historical linguistics, in which field his contributions are still remembered. His mathematical work eventually found champions such as Hankel, Peano, Whitehead and Élie Cartan, and it is now recognised for the brilliant achievement that it was in the history of mathematics.

Cambridge University Press has long been a pioneer in the reissuing of out-of-print titles from its own backlist, producing digital reprints of books that are still sought after by scholars and students but could not be reprinted economically using traditional technology. The Cambridge Library Collection extends this activity to a wider range of books which are still of importance to researchers and professionals, either for the source material they contain, or as landmarks in the history of their academic discipline.

Drawing from the world-renowned collections in the Cambridge University Library and other partner libraries, and guided by the advice of experts in each subject area, Cambridge University Press is using state-of-the-art scanning machines in its own Printing House to capture the content of each book selected for inclusion. The files are processed to give a consistently clear, crisp image, and the books finished to the high quality standard for which the Press is recognised around the world. The latest print-on-demand technology ensures that the books will remain available indefinitely, and that orders for single or multiple copies can quickly be supplied.

The Cambridge Library Collection brings back to life books of enduring scholarly value (including out-of-copyright works originally issued by other publishers) across a wide range of disciplines in the humanities and social sciences and in science and technology.

Die Ausdehnungslehre

Vollständig und in strenger Form bearbeitet

HERMANN GRASSMANN

CAMBRIDGE
UNIVERSITY PRESS

CAMBRIDGE
UNIVERSITY PRESS

University Printing House, Cambridge, CB2 8BS, United Kingdom

Published in the United States of America by Cambridge University Press, New York

Cambridge University Press is part of the University of Cambridge.
It furthers the University's mission by disseminating knowledge in the pursuit of education, learning and research at the highest international levels of excellence.

www.cambridge.org
Information on this title: www.cambridge.org/9781108065610

This edition first published 1862
This digitally printed version 2013

ISBN 978-1-108-06561-0 Paperback

Die

Ausdehnungslehre.

Vollständig und in strenger Form

bearbeitet

von

Hermann Grassmann,

Professor am Gymnasium zu Stettin.

BERLIN, 1862.

VERLAG VON TH. CHR. FR. ENSLIN.

(ADOLPH ENSLIN.)

Vorrede.

Das vorliegende Werk umfasst die gesammte Ausdehnungslehre, eine mathematische Wissenschaft, von welcher ich schon vor 17 Jahren den ersten Theil unter dem besonderen Titel: „Die lineale Ausdehnungslehre, ein neuer Zweig der Mathematik — Leipzig 1844, Verlag von Otto Wigand" herausgegeben habe. Ausserdem habe ich in der Vorrede des genannten Werkes die wesentlichsten Gegenstände angedeutet, welche nach meinem Plane den Inhalt des zweiten Theiles ausmachen sollten. Statt nun diesen zweiten Theil als Fortsetzung jenes ersteren zu veröffentlichen, und dadurch jenem Plane gemäss das begonnene Werk abzuschliessen, habe ich es vorgezogen, den in jenem behandelten Stoff auch in dies neue Werk mit aufzunehmen, und so ein zusammenhängendes Ganze zu liefern. Der Hauptgrund, der mich dazu bewogen hat, ist die Schwierigkeit, welche nach dem Urtheile aller Mathematiker, deren Urtheil ich zu hören Gelegenheit fand, das Studium jenes Werkes wegen seiner, wie sie meinen, mehr philosophischen als mathematischen Form dem Leser bereitet. Und in der That muss diese Schwierigkeit sehr bedeutend gewesen sein, da zwar wohl die geometrischen Abhandlungen, welche ich zur Erläuterung jenes Werkes geschrieben habe (Crelle B. 36, 42, 44, 49, 52; Geometrische Analyse Leipzig 1847) mehrfach von andern Mathematikern erwähnt und benutzt sind, aber das in jenem Werk selbst verarbeitete Gebiet nirgends, wenn ich eine interessante kleine Abhandlung von Kysaeus (Bedeutung und Anwendung der Zahlen in der Geometrie, Siegen 1850) ausnehme, berührt oder zu weiteren Forschungen verwandt ist. Damit hängt auch zusammen, dass nie eine Beurtheilung des Werkes, ja nicht einmal eine Anzeige desselben, ausser im Messkatalog, oder eine Inhaltsangabe, ausser einer von mir selbst verfassten (in Grunert's Archiv B. VI.) erschienen ist. Jene Schwierigkeit nun zu heben, war daher eine wesentliche Aufgabe für mich, wenn ich wollte, dass das Buch nicht nur von mir, sondern auch von andern gelesen und verstanden werde. Es konnte aber diese

Schwierigkeit nicht gehoben werden, ohne den Plan des Ganzen weſentlich zu ändern. Denn ſie liegt nicht in einer willkürlich gewählten Form, ſondern in dem Plane, den ich vor Augen hatte: die Wissenschaft unabhängig von andern Zweigen der Mathematik von Grund aus aufzubauen. Die Ausführung gerade dieſes Planes, wenn gleich ſie für die Wissenschaft an ſich die förderndste ſein musste, wie ſie es denn auch ſubjectiv geweſen ist, musste bei jeder Form der Darstellung bedeutende Schwierigkeiten bieten, zumal in einer Wissenschaft, wie die Ausdehnungslehre ist, welche die ſinnlichen Anschauungen der Geometrie zu allgemeinen, logischen Begriffen erweitert und vergeistigt, und welche an abstrakter Allgemeinheit es nicht nur mit jedem andern Zweige, wie der Algebra, Kombinationslehre, Funktionenlehre, aufnimmt, ſondern ſie durch Vereinigung aller in dieſen Zweigen zu Grunde liegenden Elemente noch weit überbietet, und ſo gewissermassen den Schlussstein des geſammten Gebäudes der Mathematik bildet.

Ich musste daher dieſen ganzen Plan aufgeben, und habe nun für das vorliegende Werk die übrigen Zweige der Mathematik, wenigstens in ihrer elementaren Entwickelung vorausgeſetzt. Ebenſo habe ich in der Form der Darstellung gerade den entgegengeſetzten Weg eingeschlagen, wie dort, indem ich die strengste mathematische Form, die wir überhaupt kennen, die Euklidische, für das vorliegende Werk angewandt, und alles, was zur Erläuterung oder zur Begründung des gewählten Ganges diente, in Anmerkungen verwieſen habe. Eine nothwendige Folge des ſo veränderten Planes war es, dass die ſämmtlichen Reſultate des ersten Theiles, ſo weit ſie nicht Anwendungen auf die Phyſik enthielten, mit in die neue Bearbeitung aufgenommen und nach dem veränderten Plane neu abgeleitet werden mussten (wie dies in No. 1—136, 216—329 geschehen ist). Dennoch ſind durch die Verschiedenheit der Methoden die beiden Bearbeitungen desselben Stoffes einander ſo unähnlich geworden, dass man, mit Ausnahme der abgeleiteten Reſultate ſelbst, welche der Natur der Sache nach keine Abweichung zeigen, kaum eine Uebereinstimmung herausfinden wird. Es ist daher auch die alte Bearbeitung durch die neue durchaus nicht überflüssig gemacht. Denn auch die neue Methode ist an ſich keineswegs der älteren vorzuziehen, da vielmehr die bis auf die ersten Ideen hinabsteigende und von hier aus ganz unabhängig fortschreitende Methode der ersten Bearbeitung tiefer in das Weſen der Sache hineinführt, und daher in rein wissenschaftlicher Beziehung entschiedene Vorzüge vor der letzteren hat. Dieſe dagegen wird auf der andern Seite für den Mathematiker, der die anderweitig gewonnenen Schätze mathematischen Wissens bei ſeinen Studien nicht gerne müssig liegen ſieht, annehmlicher und jedenfalls leichter verständlich ſein. So ergänzen und erläutern ſich beide Darstellungen gegenſeitig. Die hier gewählte schliesst ſich am engsten an die Arithmetik an, doch in der Weise, dass sie die Zahlgrösse schon als eine stetige voraussetzt. Wie nun die Arithmetik alle übrigen Grössen aus einer einzigen, im Uebrigen willkürlichen Grösse, die als Einheit gesetzt wird, und mit e bezeichnet sein mag, entwickelt (vergleiche mein Lehrbuch der Arithmetik, 1860 Berlin bei Enslin), so setzt die Ausdehnungslehre in der hier gegebenen Fassung mehrere solche Grössen, e_1, e_2, $\cdots$, von denen keine aus den übrigen ableitbar ist, z. B. e_2 sich nicht aus e_1 dadurch entwickeln lässt, dass e_1 mit irgend einer Zahlgrösse multiplicirt wird, voraus, und betrachtet zunächst die aus jenen Einheiten durch Multiplikation mit Zahlgrössen und Addition dieser Produkte entstandenen Grössen, welche ich extensive Grössen (oder Ausdehnungsgrössen) genannt habe. Hieraus ergeben sich denn leicht die in Kap. 1 vorgetragenen Gesetze der Addition, Subtraktion, Vielfachung (Multiplikation mit Zahlen) und Theilung (Division durch Zahlen). Es mag auffallend erscheinen, dass diese so einfache Idee, welche im Grunde genommen in weiter nichts besteht, als dass eine Vielfachensumme verschiedener Grössen (als welche hiernach die extensive Grösse erscheint) als selbstständige Grösse behandelt wird, in der That zu einer neuen Wissenschaft sich entfalten soll; und man hat mir denn auch, hieran anknüpfend, den Einwurf gemacht, dass die ganze Ausdehnungslehre nur eine abgekürzte Schreibart sei, ja dass es fehlerhaft sei, Ausdrücke als Grössen zu behandeln, welche gar keine Grössen seien. Allein dieser Einwurf beruht auf einem gänzlichen Verkennen des Wesens der Mathematik und der Grössen. Auf diese Weise würde die ganze Arithmetik, ja, man kann sagen, die ganze reine Mathematik, bloss eine abgekürzte Schreibart sein; denn die Zahl ist nur ein abgekürzter Ausdruck für eine Summe von Einheiten, das Produkt für eine Summe gleicher Zahlen, die Potenz für ein Produkt solcher u. s. w.; dennoch würde ohne diese abgekürzte Schreibart, oder, um es richtiger auszudrücken, ohne diese Zusammenfassung zu einer Einheit des Begriffes kein Fortschritt denkbar sein. Es würde zum Beispiel ohne diese Zusammenfassung nicht möglich sein, zu dem Begriffe der wegnehmenden Rechnungsarten (Subtrahiren, Dividiren, Radiciren, Logarithmiren), und zu den durch sie neu sich entwickelnden Zahlformen: der negativen, gebrochenen, irrationalen und imaginären, zu gelangen. Es kommt überall nur darauf an, dass man auch wirklich dasjenige zusammenfasse, was seinem Wesen nach eine Einheit bildet, und was daher auch zu neuen Resultaten führen muss, zu denen man ohne jene Zusammenfassung nicht gelangen würde. Die Ausdehnungslehre führt nun in der That zu einem unerschöpflichen Reichthum solcher Beziehungen, welche ohne Bildung jener Begriffseinheit, welche in der extensiven Grösse erscheint, auf keine Weise aufzufassen oder abzuleiten wären. Ob man diesem Begriffe den Namen einer Grösse zugesteht, ist an und für sich von sehr untergeordneter Bedeutung, da es hier auf Namen wenig ankommt. Die Frage ist nur die, ob dieſer neue Begriff mit dem allgemeinen Begriffe der Grösse wirklich ſo zuſammenhänge, dass ſie ihrem Weſen nach zu einem Geſammtbegriffe ſich zuſammenschliessen, und dass eine zwischen beiden Gebieten gezogene Gränzlinie das Zuſammengehörige willkürlich und der Sache widersprechend zertrennen würde. Ist letzteres der Fall, ſo wäre es ſogar fehlerhaft, dieſem neuen Begriffe nicht den Namen der Grösse beizulegen. Nun glaube ich in der That, dass zwischen dem, was ich extenſive Grösse genannt habe, und zwischen allgemeinen Zahlgrössen und namentlich der imaginären Grösse $(a + bi)$ eine ſo innige Beziehung herrscht, dass es wiederſinnig wäre, die eine als Grösse zu betrachten und die andere nicht, da ja in der That die imaginäre Grösse ebenſo aus 2 Einheiten 1 und $i = \sqrt{-1}$ durch reelle Zahlkoefficienten ableitbar ist, wie die extenſiven Grössen aus 2 oder mehr Einheiten ableitbar ſind (ſ. u. No. 413 Anm.) So scheint es mir alſo vollständig gerechtfertigt, wenn ich die extenſive Grösse als Grösse bezeichne. Aber ich gehe noch weiter, indem ich ſie nicht nur als Grösse überhaupt, ſondern auch als einfache Grösse bezeichne. Ihr treten nämlich gegenüber andere Grössen, welche den Charakter zuſammengeſetzter Grössen ebenſo entschieden an ſich tragen, wie jene den der einfachen, und welche erst durch Addition höherer Gebilde und beſonders durch die Betrachtung der Quotienten und der Funktionen hineintreten (vergl. Nr. 77, 377 und 364). Ich fahre nun fort, den Gang der Entwickelung in dem vorliegenden Werke überſichtlich zu verfolgen. An die Addition, Subtraktion, Vielfachung und Theilung schliesst ſich nun (in Kap. 2) der allgemeine Begriff der Multiplikation extenſiver Grössen an, welcher auf die Beziehung der Multiplikation zur Addition (nämlich darauf, dass man statt der Summe die Summanden multipliciren darf) gegründet ist. Hiernach führt die Multiplikation der genannten Grössen auf die ihrer Einheiten $(e_1, e_2, \cdots)$ zurück, und aus der Betrachtung der Produkte dieſer Einheiten ergeben ſich dann verschiedene Gattungen der Multiplikation. Es gelingt nun, aus dieſen Gattungen zwei auszuſondern, auf welche ſich alle übrigen zurückführen lassen. Die eine derſelben fällt in ihren Geſetzen ganz zuſammen mit der gewöhnlichen Multiplikation in der Algebra und ist daher von mir die algebraische genannt worden. Aber ſie ist in Bezug auf die durch ſie erzeugten Grössen bei weitem die verwickeltste und kann nur durch Betrachtung der Funktionen zur vollen Klarheit gebracht werden, weshalb ich ſie auf den zweiten Abschnitt dieſes Werkes verwieſen habe. Die Bezeichnung für dieſe algebraische Multiplition muss der Natur der Sache nach mit der gewöhnlichen Bezeichnung der Multiplikation zuſammenfallen, da es widerſinnig wäre, Verknüpfungen, welche in allen Beziehungen denſelben Geſetzen unterliegen, verschieden zu bezeichnen. Die zweite jener Multiplikationen, welche im dritten Kapitel behandelt ist, zeigt ſich als die für die Ausdehnungslehre charakteristische, und ſie weſentlich weiter fördernde, indem ſie die verschiedenen Stufen einfacher Grössen liefert, welche in der Ausdehnungslehre hervortreten. Sie ist dadurch gekennzeichnet, dass zwei einfache Faktoren des Produktes nur vertauscht werden dürfen, wenn man zugleich das Vorzeichen (+ —) des Produktes umkehrt. Da zwar für diese Multiplikation die Beziehung zur Addition dieselbe ist, wie bei jeder Multiplikation, aber die übrigen Gesetze derselben wesentlich von denen der gewöhnlichen Multiplikation abweichen, so war es nothwendig, sie durch die Bezeichnung zu unterscheiden. Ich habe in diesem Werke dafür die Bezeichnung durch eckige Klammern, die das Produkt umschliessen, gewählt, so dass also [ab] = — [ba] ist, wenn a und b einfache Faktoren dieses Produktes sind. Es entfaltet sich dies Produkt zu einer ausserordentlichen Mannigfaltigkeit von Erscheinungsformen, und lässt in reicher Fülle Beziehungen hervor treten, welche auf alle Zweige der Mathematik ein unerwartet neues Licht werfen, so dass es den eigentlichen Mittelpunkt der neuen Wissenschaft bildet. Nachdem der Begriff der Grössen-Ergänzung hinzugekommen ist, tritt jenes Produkt in einer ganz neuen Eigenthümlichkeit, als inneres Produkt (Kap. 4) hervor, so dass es in dieser Form aus dem Bereiche der in der ersten Bearbeitung dargestellten Gegenstände ganz heraustritt. (Vergleiche jedoch die Vorrede zu jenem Werke p. XI.) Mit Anwendungen auf die Geometrie (Kap. 5) schliesst der erste Abschnitt des Werkes. In dem zweiten Abschnitte treten nun die zusammengesetzten Grössen hervor, welche wir im Ganzen als Funktionen einfacher Grössen charakterisiren können. Das erste Kapitel dieses Abschnittes behandelt die Funktionen im Allgemeinen, woran sich die algebraische Multiplikation und Division anschliesst, das zweite die Lehre von den Reihen, das dritte die Differenzialrechnung und das vierte endlich die Integralrechnung, und zwar alle diese nur in sofern als extensive Grössen in Betracht gezogen werden. Doch glaube ich, dass auch die entsprechenden Zweige der gewöhnlichen (auf Zahlgrössen sich beziehenden) Mathematik und namentlich die Integralrechnung durch diese Darstellung nicht nur wesentlich vereinfacht, sondern auch mannigfach ergänzt und weiter gefördert sind. Da der Stoff seit der ersten Bearbeitung bedeutend angewachsen ist, so habe ich die Anwendungen auf die Physik ganz weglassen müssen; doch hoffe ich, wenn mir Zeit und Kraft dazu gestattet ist, eine mathematische Bearbeitung der wichtigsten Zweige der Physik in selbstständigen Werken folgen zu lassen, in denen ich von der hier vorgetragenen Wissenschaft Anwendung machen werde. Ich habe mich eifrig bemüht, überflüssige Kunstausdrücke zu vermeiden und mich auf das möglichst geringste Maass neuer Kunstausdrücke zu beschränken; aber da man nun einmal ohne Worte nicht reden kann, und daher auch zu neuen Begriffen entweder neue Wortbildungen oder neue Wortverbindungen gebraucht, oder alten Worten ein neues Gepräge verleihen muss, so blieb doch noch eine ziemliche Menge unvermeidlicher Kunstausdrücke übrig. Um dass Verständniss zu erleichtern, habe ich zunächst die Kunstausdrücke so gewählt, dass sie, wie ich hoffe, durch ihre Bildung selbst unmittelbar an den durch sie dargestellten Begriff erinnern, und dann habe ich am Schlusse ein alphabetisches Verzeichniss derselben mit Hinweisung auf die Stellen, wo sie erklärt sind, gegeben. Es bleibt mir noch übrig, auf verwandte Bestrebungen anderer Mathematiker hinzuweisen. Es beziehen sich diese fast ohne Ausnahme auf diejenigen Gegenstände, welche ich als Anwendungen der Ausdehnungslehre auf die Geometrie bezeichnet habe (also auf die §§. 24, 28—30, 37—40, 56, 74—79, 91, 92, 101, 102, 114—119, 144—148, 159—170 der Ausdehnungslehre von 1844 und auf die Nrn. 216—347 des vorliegenden Werkes). Bei der ersten Bearbeitung (1844) war mir unter den hier einschlagenden Arbeiten nur das berühmte Werk des Begründers der geometrischen Analyse: der barycentrische Calcul von Moebius, bekannt, welches die Addition der Punkte lehrte. Hingegen waren mir die Arbeiten über die geometrische Addition der Strecken (von gegebener Länge und Richtung), sowie über die Bedeutung der imaginären Grössen unbekannt geblieben. Die letztere wurde in ihrer Vollständigkeit zuerst in einer Abhandlung von Gauss (Göttinger gelehrte Anzeiger 1831) dargestellt, auf welche mich Gauss auf Veranlassung der den gleichen Gegenstand behandelnden Stelle in der Vorrede zur Ausdehnungslehre (pag. XI bis XIV) brieflich aufmerksam machte. Schon in dieser Darstellung des Imaginären lag der Begriff der geometrischen Addition von Strecken in Einer Ebene. Der erste, welcher die geometrische Addition der Strecken in ihrer ganzen Allgemeinheit gelehrt hat, scheint Bellavitis gewesen zu sein, indem er schon 1835 (Annali delle scienze de regno Lombardo-Veneto, 3° volume) den hier gehörigen Calcul aufstellte (vergl. unten p. 149 Anm.) Unabhängig davon entwickelte Möbius (1843) in seiner Mechanik des Himmels die Gesetze der geometrischen Addition der Strecken und wandte sie auf die Probleme der Mechanik des Himmels an. Nach dem Erscheinen meiner Ausdehnungslehre (von 1844) mehrten sich die Arbeiten auf dem Gebiete der geometrischen Analyse. Ins Besondere waren es wieder Moebius und Bellavitis, welche die Wissenschaft wesentlich weiter förderten und auch zum Verständniss und zur weiteren Verbreitung der von mir vorgetragenen geometrischen Rechnungsmethode in bedeutender Weise beitrugen. Dazu kamen nun noch meine eigene Arbeiten über diesen Gegenstand, welche theils in meiner Schrift: „Geometrische Analyse, geknüpft an die von Leibnitz erfundene Charakteristik, gekrönte Preisschrift, Leipzig 1847," welche Moebius durch eine daran angeschlossene lichtvolle Darstellung den Mathematikern zugänglicher zu machen suchte, theils in Crelle's Journal (Band 36, 42, 44, 49, 52) niedergelegt sind. Ferner trat ein Jahr nach dem Erscheinen meiner linealen Ausdehnungslehre Saint-Venant mit der geometrischen Multiplikation der Strecken hervor (Comptes rendus, Tome XXI p. 620 sq., 15. Septembre 1845), welche identisch ist mit der von mir in jenem Werke dargestellten äusseren Multiplikation der Strecken (pag. 28—40). Offenbar kannte er dies Werk nicht, und ich schickte daher 2 Exemplare desfelben an Cauchy mit der Bitte, eins davon an Saint-Venant abzugeben, dessen Adresse mir unbekannt war. Späterhin veröffentlichte Cauchy in mehreren Auffätzen, welche in den Comptes rendus von 1853 abgedruckt find, eine Methode, um vermittelst gewisser fymbolischer Grössen, welche er clefs algébriques nennt, algebraische Gleichungen und verwandte Probleme zu löfen; eine Methode, welche genau mit der in meiner Ausdehnungslehre von 1844 (§. 45, 46 und 93) dargestellten übereinstimmt. Ich bin weit davon entfernt, den berühmten Mathematiker eines Plagiats beschuldigen zu wollen, doch glaubte ich es mir und der Sache schuldig zu fein, dass ich deshalb eine Prioritätsreclamation an die Pariser Akademie richtete. Allein die Commission, welcher diefe Reclamation im April 1854 zur Prüfung und Berichterstattung übergeben wurde (Comptes rendus Tome 38 p. 741), hat nie etwas von fich hören lassen, und auch Cauchy hat feitdem über den Gegenstand nichts mehr veröffentlicht. Es find die erwähnten Abhandlungen Cauchy's die einzigen, welche ausserhalb des Gebietes der Geometrie einen Berührungspunkt mit meiner Ausdehnungslehre (von 1844) darbieten. Und da auch diefe Abhandlungen einen felbstständigen Ursprung beanspruchen, fo scheint es, als ob der eigentliche Kern meines Werkes, abgefehen von dem geometrischen Beiwerk desfelben, nirgends zu verwandten Bestrebungen angeregt habe. Und dennoch bin ich an dies neue Werk, welches das alte in fich aufnehmen und zum Abschlusse bringen follte, mit frischem Muthe herangegangen. Denn ich bin der festen Zuverficht, dass die Arbeit, welche ich auf die hier vorgetragene Wissenschaft verwandt habe, und welche einen bedeutenden Zeitraum meines Lebens und in demfelben die gespannteste Anstrengung meiner Kräfte in Anspruch genommen hat, nicht verloren fein werde. Zwar weiss ich wohl, dass die Form, die ich der Wissenschaft gegeben, eine unvollkommene ist und fein m u s s. Aber ich weiss auch und muss es aussprechen, auch auf die Gefahr hin, für anmaassend gehalten zu werden, — ich weiss, dass wenn auch dies Werk noch neue 17 Jahre oder länger hinaus müssig liegen bleiben follte, ohne in die lebendige Entwickelung der Wissenschaft einzugreifen, dennoch eine Zeit kommen wird, wo es aus dem Staube der Vergessenheit hervorgezogen werden wird, und wo die darin niedergelegten Ideen ihre Frucht tragen werden. Ich weiss, dass wenn es mir auch nicht gelingt, in einer bisher vergeblich von mir ersehnten Stellung einen Kreis von Schülern um mich zu fammeln, welche ich mit jenen Ideen befruchten und zur weiteren Entwickelung und Bereicherung derfelben anregen könnte, dennoch einst diefe Ideen, wenn auch in veränderter Form, neu erstehen und mit der Zeitentwickelung in lebendige Wechſelwirkung treten werden. Denn die Wahrheit ist ewig, ist göttlich; und keine Entwickelungsphaſe der Wahrheit, wie geringe auch das Gebiet ſei, was ſie umfasst, kann spurlos vorübergehen; ſie bleibt bestehen, wenn auch das Gewand, in welches schwache Menschen ſie kleiden, in Staub zerfällt.

Stettin, den 29. August 1861.

Inhalt.