

Cambridge University Press

978-1-108-06469-9 - Cours d'analyse de l'école Polytechnique: Volume 1:

Calcul Différentiel

Camille Jordan

Table of Contents

[More information](#)

TABLE DES MATIÈRES.

INTRODUCTION.

Numeros	Pages
i-ii. Quantités continues.....	1
iii-iv. Tangente à la parabole.....	2
v. Quadrature de la parabole.....	2
vi-vii. Infiniment petits de divers ordres.....	4 à 5
viii. Valeur principale. — Développement en série.....	5
ix-xi. Dans une limite de rapport ou de somme on peut remplacer les infiniment petits par leurs valeurs principales.....	6 à 7

PREMIÈRE PARTIE.

CALCUL DIFFÉRENTIEL.

CHAPITRE I.

DÉRIVÉES ET DIFFÉRENTIELLES.

I. — Définitions.

1. Variables indépendantes. — Fonctions.....	9
2. Revue des fonctions élémentaires.....	10
3. Continuité.....	11

II. — Dérivée et différentielle d'une fonction d'une seule variable.

4. Dérivée.....	12
5. Dérivée de x^m	13
6. Dérivée de $\sin x$	13
7-8. Dérivée de $\log x$	14
9. Dérivée d'une somme.....	17
10. Dérivée d'un produit.....	17
11. Dérivée d'un quotient.....	18

Cambridge University Press

978-1-108-06469-9 - Cours d'analyse de l'école Polytechnique: Volume 1:

Calcul Différentiel

Camille Jordan

Table of Contents

[More information](#)

VIII

TABLE DES MATIÈRES.

Numéros	Pages
12. Dérivée d'une fonction de fonction.....	18
13. Dérivée d'une fonction inverse.....	18
14. Dérivée de $\cos x$, $\tan x$, $\arcsin x$, $\arctan x$, e^x , x^m , etc.....	19
15. Formule $f(a+h) - f(a) = hf'(a+\theta h)$	21
16. Une fonction dont la dérivée est constamment nulle est constante.....	22
17. Différentielle.....	22

III. — *Dérivées partielles. — Différentielle totale.*

18. Dérivées partielles.....	23
19-21. Différentielle totale.....	24 à 26
22-23. Dérivées et différentielle des fonctions composées.....	26 à 28
24-26. Dérivée des fonctions implicites.....	28 à 30

IV. — *Dérivées et différentielles d'ordre supérieur.*

27-28. Dérivées d'ordre supérieur.....	30 à 31
29. L'ordre des dérivations est indifférent.....	31
30-31. Différentielles d'ordre supérieur.....	32 à 33
32. Expression générale de la différentielle $n^{\text{ième}}$ d'une fonction de plusieurs variables.....	33
33. Différentielle $n^{\text{ième}}$ d'un produit.....	35
34. Différentielles successives d'une fonction composée.....	35

V. — *Changements de variables.*

35. Changement de la variable indépendante.....	36
36. Changement simultané de la fonction.....	37
37. Rayon de courbure en coordonnées polaires.....	38
38. Dérivées successives d'une fonction inverse.....	39
39-40. Extension au cas de plusieurs variables indépendantes..	40 à 41
41-42. Application aux paramètres différentiels.....	41 à 44
43. Changement simultané de la fonction.....	46

CHAPITRE II.

FORMATION DES ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES.

I. — *Équations différentielles ordinaires.*

44-45. Définition.....	47
46-49. Équations différentielles linéaires, auxquelles satisfont $\arcsin x$, $(x + \sqrt{x^2 - 1})^n$, $\frac{d^n(x^2 - 1)^n}{dx^n}$	47 à 51
50. Élimination des constantes.....	51
51-53. Équation différentielle des coniques homofocales : des cercles, des coniques, des paraboles.....	52 à 54

Cambridge University Press

978-1-108-06469-9 - Cours d'analyse de l'école Polytechnique: Volume 1:

Calcul Différentiel

Camille Jordan

Table of Contents

[More information](#)

TABLE DES MATIÈRES.

IX

Numéros		Pages
54.	Condition pour que des fonctions soient liées par une relation linéaire.....	55
<i>II. — Équations aux dérivées partielles.</i>		
55.	Définition.....	55
56.	Élimination des constantes.....	55
57.	Élimination des fonctions arbitraires.....	56
58-60.	Conditions pour que des fonctions soient liées par une relation. — Jacobien.....	57 à 59
61-63.	Équation aux dérivées partielles des cylindres, des cônes, des surfaces de révolution.....	61 à 62
64.	Théorème des fonctions homogènes.....	63
65.	Élimination de n fonctions arbitraires dépendant des mêmes arguments.....	63
66.	Équation des surfaces réglées.....	65
67-68.	Équation des surfaces développables.....	66 à 67

CHAPITRE III.

DÉVELOPPEMENTS EN SÉRIE.

I. — *Formule de Taylor.*

69-71.	Formules de Taylor et de Maclaurin.....	69 à 71
72-73.	Extension aux fonctions de plusieurs variables.....	71 à 73

II. — *Applications.*

74.	Développement de $(1+x)^m$	73
75-76.	Développement de $\log(1+x)$. — Calcul des Tables de logarithmes.....	75 à 76
77-79.	Développement de e^x , $\sin x$, $\cos x$	77 à 78
80-81.	Développement de $\arctan x$. — Calcul de π	79 à 80

III. — *Procédés pour effectuer les développements en série.*

82-86.	Développement d'une somme, d'un produit, d'un quotient. 80 à 83
87-88.	Application aux nombres de Bernoulli..... 84 à 85
89-90.	Développement d'un radical..... 85 à 86
91-93.	Application aux fonctions N_n 87 à 89
94-99.	Développement des racines d'une équation algébrique... 89 à 94
100.	Usages du développement précédent..... 94

Cambridge University Press

978-1-108-06469-9 - Cours d'analyse de l'école Polytechnique: Volume 1:

Calcul Différentiel

Camille Jordan

Table of Contents

[More information](#)

X		TABLE DES MATIÈRES.	
N m			Pages
101.	Limite de $x^{-\alpha} e^x$ pour $x = \infty$		96
102.	Limite de $x^{-\alpha} \log x$ pour $x = \infty$; de $x^\alpha \log x$ pour $x = 0$		97
103.	Développement d'un logarithme.		97
104.	Nécessité de la discussion du reste dans la formule de Maclaurin		98
105-106.	Vraie valeur des expressions indéterminées.....		99
107.	Limite de $m(\sqrt[m]{x} - 1)$ pour $m = \infty$. — De $\left(1 + \frac{x}{m}\right)^m$ pour $m = \infty$. — De x^x pour $x = 0$		99
108.	Cas des fonctions de plusieurs variables.....		101
IV. — <i>Séries infinies.</i>			
109.	Définition de la convergence.....		101
110-115.	Séries à termes positifs. — Règles de convergence... ..	103 à	105
116-118.	Quantités imaginaires. — Module et argument. — Module et argument d'un produit. — Module d'une somme algébrique.....	106 à	107
119-122.	Séries absolument convergentes. — On peut y changer l'ordre des termes. — Multiplication de deux séries.....	108 à	110
123-124.	Séries semi-convergentes. — Leur valeur dépend de l'ordre des termes.....	111 à	112
125-126.	Théorème d'Abel.....	114 à	115
127-128.	Séries dont les termes sont fonctions d'une variable. — Convergence uniforme.....	116 à	117
129-131.	Séries procédant suivant les puissances entières et positives de la variable. — Cercle de convergence.....	117 à	120
V. — <i>Produits infinis.</i>			
132-135.	Règles de convergence.....	121 à	123
136.	Application au produit $\prod \left(1 + \frac{A_n}{n^\alpha}\right)$		124
137.	Application au produit $\Gamma(z)$		125
VI. — <i>Fonctions exponentielles et circulaires.</i>			
138-140.	Définition de e^z , $\sin z$, $\cos z$ pour z imaginaire. — Propriétés fondamentales de ces fonctions. — Formules d'Euler.	125 à	127
141-142.	Définition de $\log z$. — Ses propriétés fondamentales.. ..	128 à	129
143-144.	Définition de z^m . — Ses propriétés fondamentales....	130 à	131
145-146.	Discussion de la fonction e^z		131
147-149.	Discussion des fonctions $\sin z$ et $\cos z$	132 à	134
150.	Expression de $\sin^m z$ et $\cos^m z$ par les sinus et cosinus des multiples de z		134
151.	Expression de $\sin mz$ et $\cos mz$ en $\sin z$ et $\cos z$		135

Cambridge University Press

978-1-108-06469-9 - Cours d'analyse de l'école Polytechnique: Volume 1:

Calcul Différentiel

Camille Jordan

Table of Contents

[More information](#)

TABLE DES MATIÈRES.

XI

Numéros		Pages
152-155.	Expression de $\sin \pi z$ et $\cos \pi z$ en produits infinis. — Formule de Wallis.....	136 à 139
156.	Développement de $\pi \cot \pi z$ en série.....	139

VII. — *Séries et produits périodiques.*

157-160.	Séries infinies dans les deux sens. — Application à la série $\sum_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(z+n)^\alpha}$ — Périodicité des fonctions trigonomé- triques.....	140 à 142
161-165.	Les quatre fonctions θ . — Formules fondamentales..	142 à 146
166-167.	Leur expression en produits infinis.....	147 à 148
168.	Fonction Z	151
169.	Quotients des fonctions θ . — Double périodicité.....	152

VIII. — *Série hypergéométrique. — Fonction Γ .*

170.	Série hypergéométrique. — Condition de convergence.....	154
171.	Son équation différentielle.....	155
172-173.	Relation entre les fonctions contiguës. — Valeur de $F(\alpha, \beta, \gamma, 1)$	155 à 157
174-176.	Propriétés du produit $\Gamma(z)$	158 à 159

IX. — *Séries et produits multiples.*

177-178.	Définitions.....	160 à 162
179-184.	Séries d'Eisenstein.....	162 à 167
185-190.	Séries θ à plusieurs variables.....	168 à 172

X. — *Fractions continues.*

191-194.	Développement d'un nombre en fraction continue. — Pro- priétés des réduites.....	172 à 175
195-198.	Développement d'une fonction. — Calcul direct des ré- duites.....	176 à 178

CHAPITRE IV.

MAXIMA ET MINIMA.

199-201.	Maxima et minima des fonctions d'une variable.....	181 à 182
202-204.	Maxima des fonctions de deux variables.....	182 à 185
205.	Maxima et minima relatifs.....	185
206.	Valeur maximum ou minimum d'une fonction dans un in- tervalle donné.....	187
207.	Distance d'un point à une droite.....	187
208-209.	Plus courte distance de deux droites.....	188 à 191

Cambridge University Press

978-1-108-06469-9 - Cours d'analyse de l'école Polytechnique: Volume 1:

Calcul Différentiel

Camille Jordan

Table of Contents

[More information](#)

XII

TABLE DES MATIÈRES.

Numeros		Pages
210.	Distance d'un point à un plan.....	192
211.	Maxima et minima du rapport de deux formes quadratiques.....	193

CHAPITRE V.

APPLICATIONS GÉOMÉTRIQUES DE LA SÉRIE DE TAYLOR.

I. — *Points ordinaires et points singuliers.*

212-217.	Cas des courbes planes.....	198 à 201
218-222.	Cas des surfaces.....	204 à 206
223-229.	Cas des courbes gauches.....	208 à 214

II. — *Théorie du contact.*

230.	Définition du contact.....	214
231-234.	Contact des courbes planes.....	215 à 217
235-237.	Contact d'une courbe et d'une surface.....	218 à 219
238-241.	Contact de deux courbes gauches.....	219 à 221
242-247.	Contact de deux surfaces.....	222 à 224
248-251.	Osculation.....	225 à 228

III. — *Courbes et surfaces enveloppes.*

252-254.	Enveloppe d'une famille de courbes.....	229 à 231
255-258.	Enveloppe d'une famille de surfaces dépendant d'un ou de deux paramètres.....	233 à 237

IV. — *Courbes planes.*

259-260.	Tangente et normale.....	238 à 239
261-262.	Différentielle de l'arc.....	240 à 241
263-264.	Cercle osculateur. — Développée.....	242 à 243
265-269.	Courbure. — Points d'inflexion.....	243 à 246
270-272.	Applications. — Parabole. — Ellipse. — Cycloïde....	246 à 249

V. — *Géométrie infinitésimale.*

273.	Considérations générales.....	251
274.	Tangente et différentielle de l'arc en coordonnées polaires...	252
275-278.	Arc de développée.....	254 à 257
279.	Tangente au lieu du sommet d'un angle constant circonscrit à deux courbes.....	258
280.	Théorème sur les coniques homofocales.....	259

VI. — *Courbes gauches et surfaces développables.*

281.	Tangente et plan normal.....	260
282.	Différentielle de l'arc.....	261

Cambridge University Press

978-1-108-06469-9 - Cours d'analyse de l'école Polytechnique: Volume 1:

Calcul Différentiel

Camille Jordan

Table of Contents

[More information](#)

TABLE DES MATIÈRES.

XIII

Numéros		Pages
283.	Plan osculateur.....	262
284.	Surfaces développables.....	263
285.	Enveloppe des plans normaux.....	265
286.	Cercle osculateur.....	265
287.	Sphère osculatrice.....	267
288-295.	Valeur principale de divers infiniment petits. — Courbure. — Torsion. — Plans stationnaires.....	269 à 275
296.	Différence entre l'arc et sa corde.....	275
297-299.	Formules de MM. Frenet et Serret.....	276 à 279
300.	Une surface développable est applicable sur un plan.....	280
301.	Application à l'hélice.....	282
 <i>VII. — Systèmes de droites.</i> 		
302-303.	Éléments qui déterminent la position relative de deux géné- ratrices voisines.....	283 à 284
304-306.	Surfaces réglées. — Loi de variation du plan tangent.....	286 à 288
307-308.	Caractère des surfaces développables.....	289 à 291
309-313.	Congruences. — Génératrices ordinaires et singulières. — Points principaux. — Foyers. — Double système de dé- veloppables.....	291 à 293
314-316.	Lois de M. Kummer sur la répartition des génératrices voi- sines d'une génératrice ordinaire.....	295 à 298
317.	Id. d'une génératrice singulière.....	299
318-319.	Complexes.....	301 à 303
 <i>VIII. — Théorie des surfaces.</i> 		
320-321.	Plan tangent. — Normale.....	303 à 304
322.	Élément de longueur.....	305
323-325.	Élément de l'aire.....	306 à 308
326.	Indicatrice.....	310
327-330.	Courbure des lignes tracées sur une surface.....	312 à 315
331-332.	Propriétés de la congruence des normales.....	315 à 317
333.	Condition pour que les droites d'une congruence soient nor- males à une surface.....	317
334-337.	Lignes de courbure. — Rayons de courbure principaux.....	320 à 322
338.	Ombilics.....	323
339.	Ligne des points paraboliques.....	324
340.	Lignes asymptotiques.....	325
341.	Application aux surfaces de révolution.....	326
342.	Application aux surfaces développables.....	326
343.	Application à l'ellipsoïde.....	327
344-345.	Courbure d'une surface.....	329 à 330
 <i>IX. — Coordonnées curvilignes.</i> 		
346.	Définitions. — Systèmes orthogonaux.....	331
347-348.	Élément de longueur.....	333 à 334

XIV		TABLE DES MATIÈRES.	
Numéros			Pages
349.	Élément de volume.....		335
350.	Coordonnées polaires.....		336
351.	Coordonnées semi-polaires.....		337
352-357.	Coordonnées elliptiques.....	338 à	343
358-359.	Théorème de Dupin.....	343 à	346

CHAPITRE VI.

THÉORIE DES COURBES PLANES ALGÈBRIQUES.

I. — *Genre.*

360-361.	Nombre des points qui déterminent une courbe d'ordre n		347
362.	Faisceaux de courbes.....		348
363.	Hexagone de Pascal.....		348
364.	Limite du nombre des points singuliers.....		349
365.	Genre.....		350
366.	Courbes unicursales.....		353

II. — *Coordonnées homogènes.*

367-369.	Coordonnées trilineaires.....	354 à	356
370-374.	Covariants. — Leurs équations différentielles.....	356 à	361
375.	Discriminant.....		361
376.	Hessien.....		363
377.	Tangente.....		363
378-379.	Points singuliers.....		364
380-385.	Points d'inflexion. — Leur nombre.....	365 à	371
386-387.	Polaire.....		371
388-391.	Classe.....	372 à	373
392-396.	Coordonnées tangentielles.....	374 à	376
397.	Formules de Plücker.....		377

FIN DE LA TABLE DES MATIÈRES.