

Cambridge University Press

978-1-108-06185-8 - Apollonii Pergaei Quae Graece Exstant Cum Commentariis

Antiquis: volume 2

Edited by Johan Ludvig Heiberg

Excerpt

[More information](#)

APOLLONII CONICA.

ΚΩΝΙΚΩΝ δ'.

Ἀπολλώνιος Ἀττάλῳ χαίρειν.

Πρότερον μὲν ἐξέθηκα γράψας πρὸς Εὐδήμον τὸν
 Περγαμηνὸν τῶν συντεταγμένων ἡμῖν κωνικῶν ἐν
 5 ὀκτῶ βιβλίοις τὰ πρῶτα τρία, μετηλλαχότος δ' ἐκείνου
 τὰ λοιπὰ διεγνωκότες πρὸς σε γράψαι διὰ τὸ φιλο-
 τιμεῖσθαί σε μεταλαμβάνειν τὰ ὑφ' ἡμῶν πραγματευ-
 ὄμενα πεπόμφαμεν ἐπὶ τοῦ παρόντος σοι τὸ τέταρτον.
 περιέχει δὲ τοῦτο, κατὰ πόσα σημεῖα πλείστα δυνατὸν
 10 ἐστὶ τὰς τῶν κώνων τομὰς ἀλλήλαις τε καὶ τῇ τοῦ
 κύκλου περιφερείᾳ συμβάλλειν, ἐάνπερ μὴ ὅλαι ἐπὶ
 ὅλας ἐφαρμοζῶσιν, ἔτι κώνου τομῇ καὶ κύκλου περι-
 φέρειαι ταῖς ἀντικειμέναις κατὰ πόσα σημεῖα πλείστα
 συμβάλλουσι, καὶ ἐκτὸς τούτων ἄλλα οὐκ ὀλίγα ὅμοια
 15 τούτοις. τούτων δὲ τὸ μὲν προειρημένον Κόνων ὁ
 Σάμιος ἐξέθηκε πρὸς Θρασυδαῖον οὐκ ὀρθῶς ἐν ταῖς
 ἀποδείξεσιν ἀναστραφεῖς· διὸ καὶ μετρίως αὐτοῦ ἀνθ-
 ῆψατο Νικοτέλης ὁ Κυρηναῖος. περὶ δὲ τοῦ δευτέρου
 μυεῖαν μόνον πεποιήται ὁ Νικοτέλης σὺν τῇ πρὸς τὸν
 20 Κώνωνα ἀντιγραφῇ ὡς δυναμένου δειχθῆναι, δεικνυ-
 μένῳ δὲ οὔτε ὑπ' αὐτοῦ τούτου οὔθ' ὑπ' ἄλλου τινὸς
 ἐντετεύχαμεν. τὸ μέντοι τρίτον καὶ τὰ ἄλλα τὰ ὁμο-

1. Ἀπολλωνίου Περγαίου κωνικῶν γ (δ^{ον} m. 2) ἐκδόσεως
 Εὐτοκίου Ἀσκαλωνίτου εὐτνχῶς m. 1 V. 15. Κώνων V, corr. p
 et m. rec. V. 16. Θρασυδαῖον V, Θρασυδαρ' p. 18. Νικο-
 τελέης V p, ut. lin. 19. 19. σὺν] ἐν Halley cum Comm. 20.
 Κώνωνα V, corr. p et m. rec. V.

Cambridge University Press

978-1-108-06185-8 - Apollonii Pergaei Quae Graece Exstant Cum Commentariis

Antiquis: volume 2

Edited by Johan Ludvig Heiberg

Excerpt

[More information](#)

CONICORUM LIBER IV.

Apollonius Attalo s.

Prius conicorum a nobis in octo libris conscriptorum primos tres exposui ad Eudemum Pergamenum eos mittens, illo autem mortuo reliquos ad te mittere statuimus, et quia uehementer desideras accipere, quae elaborauit, in praesenti quartum librum tibi misimus. is autem continet, in quot punctis summum fieri possit ut sectiones conorum inter se et cum ambitu circuli concurrant, ita ut non totae cum totis concidant, praeterea in quot punctis summum conici sectio et ambitus circuli cum sectionibus oppositis concurrant, et praeter haec alia non pauca his similia. horum autem quod primo loco posui, Conon Samius ad Thrasylaeum exposuit in demonstrationibus non recte uersatus; quare etiam Nicoteles Cyrenaeus suo iure eum uituperauit. alterum autem Nicoteles simul cum impugnatione Cononis obiter commemorauit tantum demonstrari posse contendens, sed nec ab eo ipso nec ab alio quoquam demonstratum inueni. tertium*) uero et cetera eius-

*) Tria illa, quae significat Apollonius, haec sunt: in quot punctis concurrant 1) sectiones conici inter se uel cum circulo, 2) sectiones conici cum oppositis, 3) circulus cum sectionibus oppositis; cfr. I p. 4, 20. Itaque opus non est cum Halleio post *συμβάλλουσι* lin. 14 interponere *καὶ ἐπι ἀντιτεταμέναι ἀντικειμέναις*. similiter Commandinus lin. 12sq. habet: praeterea conici sectio et circuli circumferentia et oppositae sectiones oppositis sectionibus.

γενῆ τούτοις ἀπλῶς ὑπὸ οὐδενὸς νενοημένα εὔρηκα.
 πάντα δὲ τὰ λεχθέντα, ὅσοις οὐκ ἐντέτευχα, πολλῶν
 καὶ ποικίλων προσεδεῖτο ξενιζόντων θεωρημάτων, ἃν
 τὰ μὲν πλεῖστα τυγχάνω ἐν τοῖς πρώτοις τρισὶ βιβλίοις
 5 ἐκτεθεικώς, τὰ δὲ λοιπὰ ἐν τούτῳ. ταῦτα δὲ θεωρη-
 θέντα χρεῖαν ἱκανὴν παρέχεται πρὸς τε τὰς τῶν προ-
 βλημάτων συνθέσεις καὶ τοὺς διορισμούς. Νικοτέλης
 μὲν γὰρ ἔνεκα τῆς πρὸς τὸν Κόνωνα διαφορᾶς οὐδε-
 μίαν ὑπὸ τῶν ἐκ τοῦ Κόνωνος εὑρημένων εἰς τοὺς
 10 διορισμούς φησιν ἔρχεσθαι χρεῖαν οὐκ ἀληθῆ λέγων·
 καὶ γὰρ εἰ ὅλως ἄνευ τούτων δύναται κατὰ τοὺς διο-
 ρισμούς ἀποδίδοσθαι, ἀλλὰ τοί γε δι' αὐτῶν ἔστι
 κατανοεῖν προχειρότερον ἔνια, οἷον ὅτι πλεοναχῶς ἢ
 τοσαυταχῶς ἂν γένοιτο, καὶ πάλιν ὅτι οὐκ ἂν γένοιτο·
 15 ἢ δὲ τοιαύτη πρόγνωσις ἱκανὴν ἀφορμὴν συμβάλλεται
 πρὸς τὰς ζητήσεις, καὶ πρὸς τὰς ἀναλύσεις δὲ τῶν
 διορισμῶν εὔχρηστα τὰ θεωρήματά ἐστι ταῦτα. χωρὶς
 δὲ τῆς τοιαύτης εὔχρηστίας καὶ δι' αὐτὰς τὰς ἀπο-
 δείξεις ἄξια ἔσται ἀποδοχῆς· καὶ γὰρ ἄλλα πολλὰ τῶν
 20 ἐν τοῖς μαθήμασι διὰ τοῦτο καὶ οὐ δι' ἄλλο τι ἀπο-
 δεχόμεθα.

α'.

Ἐὰν κώνου τομῆς ἢ κύκλου περιφερείας ληφθῆ τι
 σημεῖον ἐκτός, καὶ ἀπ' αὐτοῦ τῇ τομῇ προσπίπτωσι
 25 δύο εὐθεῖαι, ἃν ἢ μὲν ἐφάπτεται, ἢ δὲ τέμνει κατὰ
 δύο σημεία, καὶ ὃν ἔχει λόγον ὅλη ἢ τέμνουσα πρὸς
 τὴν ἐκτός ἀπολαμβανομένην μεταξὺ τοῦ τε σημείου
 καὶ τῆς γραμμῆς, τοῦτον τμηθῆ ἢ ἐντός ἀπολαμβανο-

1. εὔρηκα— V, εὐρ euan.; „εὔρηκα sic in apographo“ mg.
 m. rec. 3. ποικίλων V. ξενίζων τῶν V; corr. cp. 9.
 ὑπό] ἐκ Halley. ἐκ] ὑπό Halley. 12. ἀποδίδοσθαι V.

Cambridge University Press

978-1-108-06185-8 - Apollonii Pergaei Quae Graece Exstant Cum Commentariis

Antiquis: volume 2

Edited by Johan Ludvig Heiberg

Excerpt

[More information](#)

CONICORUM LIBER IV.

5

dem generis a nullo prorsus excogitata repperi. omnia autem, quae diximus, quae quidem demonstrata non inuenerimus, multa et uaria flagitabant theoremata mirifica, quorum pleraque in primis tribus libris exposui, reliqua autem in hoc. haec uero perspecta usum satis magnum et ad compositiones problematum et ad determinationes praebent. Nicoteles enim propter suam cum Conone controuersiam negauit, ullum ab iis, quae Conon repperisset, ad determinationes usum proficisci, sed fallitur; nam etsi his omnino non usurpatis in determinationibus plene exponi possunt, attamen quaedam facilius per ea perspici possunt, uelut problema compluribus modis uel tot modis effici posse aut rursus non posse; et eius modi praeuia cognitio ad quaestiones satis magnum praebet adiumentum, et etiam ad analyses determinationum utilia sunt haec theoremata. uerum hac utilitate omissa etiam propter ipsas demonstrationes comprobatione digna erunt; nam etiam alia multa in mathematicis hac de causa nec de alia ulla comprobamus.

I.

Si extra coni sectionem uel ambitum circuli punctum aliquod sumitur, et ab eo ad sectionem duae rectae addidunt, quarum altera contingit, altera in duobus punctis secat, et quam rationem habet tota recta secans ad partem extrinsecus inter punctum lineamque abscisam, secundum hanc recta intus abscisa secatur,

17. διορισμῶν] ὀρισμῶν V p; corr. Halley. 22. α'] p, m. rec. V. 25. ἐφάπτεται V; corr. p. 26. δύο] β V. 28. τοῦτον] εἰς τοῦτον Halley.

μὲνη εὐθεία ὥστε τὰς ὁμολόγους εὐθείας πρὸς τῷ
 αὐτῷ σημείῳ εἶναι, ἢ ἀπὸ τῆς ἀφῆς ἐπὶ τὴν διαίρεσιν
 ἀγομένη εὐθεία συμπεσεῖται τῇ γραμμῇ, καὶ ἢ ἀπὸ
 τῆς συμπτώσεως ἐπὶ τὸ ἐκτὸς σημεῖον ἀγομένη εὐθεία
 5 ἐφάπτεται τῆς γραμμῆς.

ἔστω γὰρ κώνου τομὴ ἢ κύκλου περιφέρεια ἡ $ABΓ$,
 καὶ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐκτὸς τὸ $Δ$, καὶ ἀπ' αὐτοῦ ἢ
 μὲν $ΔΒ$ ἐφαπτεσθῶ κατὰ τὸ B , ἢ δὲ $ΔΕΓ$ τεμνέτω
 τὴν τομὴν κατὰ τὰ $E, Γ$, καὶ ὄν ἔχει λόγον ἢ $ΓΔ$
 10 πρὸς $ΔΕ$, τοῦτον ἔχέτω ἢ $ΓΖ$ πρὸς $ΖΕ$.

λέγω, ὅτι ἢ ἀπὸ τοῦ B ἐπὶ τὸ Z ἀγομένη συμ-
 πίπτει τῇ τομῇ, καὶ ἢ ἀπὸ τῆς συμπτώσεως ἐπὶ τὸ $Δ$
 ἐφάπτεται τῆς τομῆς.

[ἐπεὶ οὖν ἢ $ΔΓ$ τέμνει τὴν τομὴν κατὰ δύο ση-
 15 μεία, οὐκ ἔσται διάμετρος αὐτῆς. δυνατόν ἄρα ἐστὶ
 διὰ τοῦ $Δ$ διάμετρον ἀγαγεῖν· ὥστε καὶ ἐφαπτομένην.]
 ἤχθω γὰρ ἀπὸ τοῦ $Δ$ ἐφαπτομένη τῆς τομῆς ἢ $ΔΑ$,
 καὶ ἐπιξενχθεῖσα ἢ $ΒΑ$ τεμνέτω τὴν $ΕΓ$, εἰ δυνατόν,
 μὴ κατὰ τὸ Z , ἀλλὰ κατὰ τὸ H . ἐπεὶ οὖν ἐφάπτονται
 20 αἱ $ΒΔ, ΔΑ$, καὶ ἐπὶ τὰς ἀφάς ἐστὶν ἢ $ΒΑ$, καὶ διῆκται
 ἢ $ΓΔ$ τέμνουσα τὴν μὲν τομὴν κατὰ τὰ $Γ, E$, τὴν δὲ
 AB κατὰ τὸ H , ἔσται ὡς ἢ $ΓΔ$ πρὸς $ΔΕ$, ἢ $ΓH$
 πρὸς HE · ὅπερ ἄτοπον· ὑπόκειται γὰρ, ὡς ἢ $ΓΔ$
 πρὸς $ΔΕ$, ἢ $ΓΖ$ πρὸς $ΖΕ$. οὐκ ἄρα ἢ $ΒΑ$ καθ'
 25 ἔτερον σημεῖον τέμνει τὴν $ΓΕ$ · κατὰ τὸ Z ἄρα.

5. ἐφάπτεται p et Halley. 6. ἢ] p, ἢ V. 16. ἐφαπτο-
 μένη v et comp. dubio V; corr. pe. 21. τὰ] τό V, corr. p.
 23. HE] HB Vp, corr. Memus.

Cambridge University Press

978-1-108-06185-8 - Apollonii Pergaei Quae Graece Exstant Cum Commentariis

Antiquis: volume 2

Edited by Johan Ludvig Heiberg

Excerpt

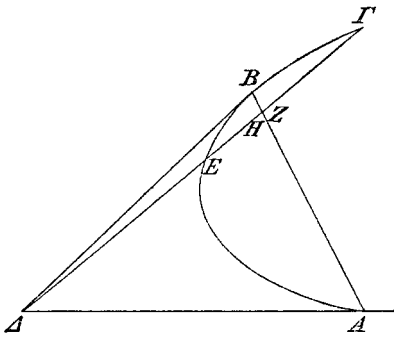
[More information](#)

CONICORUM LIBER IV.

7

ita ut rectae correspondentes ad idem punctum sint, recta a puncto contactus ad punctum diuisionis ducta cum linea concurret, et recta a puncto concursus ad punctum extrinsecus positum ducta lineam contingit.

sit enim $AB\Gamma$ conici sectio uel arcus circuli, et punctum aliquod Δ extrinsecus sumatur, ab eoque ΔB



contingat in B , $\Delta E\Gamma$ autem sectionem in E , Γ secet, et sit $\Gamma Z : ZE = \Gamma\Delta : \Delta E$.

dico, rectam a B ad Z ductam cum sectione concurrere et rectam a puncto concursus ad Δ ductam sectionem contingere.

ducatur¹⁾ enim a Δ sectionem contingens ΔA , et ducta BA rectam $E\Gamma$, si fieri potest, in Z ne secet, sed in H . quoniam igitur $B\Delta$, ΔA contingunt, et BA ad puncta contactus ducta est, $\Gamma\Delta$ autem sectionem in Γ , E , AB autem in H secans ducta est, erit [III, 37] $\Gamma\Delta : \Delta E = \Gamma H : HE$; quod absurdum est; supposuimus enim, esse $\Gamma\Delta : \Delta E = \Gamma Z : ZE$. itaque BA rectam ΓE in alio puncto non secat. ergo in Z secat.

1) Quae praemittuntur uerba lin. 14–16, subditina sunt. nam primum falsa sunt (quare pro $\xi\sigma\alpha\iota$ Halley scripsit $\sigma\delta\sigma\alpha$ sine ulla probabilitate), deinde, etiamsi bene se haberent omnia, inutilia sunt; denique $\gamma\acute{\alpha}\rho$ lin. 17, quod initio demonstrationis recte collocatur, post prooemium illud absurdum est. hoc sentiens scriptor librarius codicis p $\gamma\acute{\alpha}\rho$ omisit lin. 17 et lin. 14 $\sigma\delta\sigma$ in $\gamma\acute{\alpha}\rho$ mutauit.

8

ΚΩΝΙΚΩΝ δ'.

β'.

Ταῦτα μὲν κοινῶς ἐπὶ πασῶν τῶν τομῶν δείκνυται,
ἐπὶ δὲ τῆς ὑπερβολῆς μόνως· ἐὰν ἡ μὲν ΔB ἐφάπτηται,
ἡ δὲ $\Delta \Gamma$ τέμνη κατὰ δύο σημεῖα τὰ E, Γ , τὰ δὲ E, Γ
5 περιέχῃ τὴν κατὰ τὸ B ἀφῆν, καὶ τὸ Δ σημεῖον ἐντὸς
ἧ τῆς ὑπὸ τῶν ἀσυμπτῶτων περιεχομένης γωνίας,
ὁμοίως ἢ ἀπόδειξις γενήσεται· δυνατὸν γὰρ ἀπὸ τοῦ Δ
σημείου ἄλλην ἐφαπτομένην ἀγαγεῖν εὐθείαν τὴν ΔA
καὶ τὰ λοιπὰ τῆς ἀποδείξεως ὁμοίως ποιεῖν.

10

γ'.

Τῶν αὐτῶν ὄντων τὰ E, Γ σημεῖα μὴ περιεχέτωσαν
τὴν κατὰ τὸ B ἀφῆν μεταξὺ αὐτῶν, τὸ δὲ Δ σημεῖον
ἐντὸς ἔστω τῆς ὑπὸ τῶν ἀσυμπτῶτων περιεχομένης
γωνίας. δυνατὸν ἄρα ἀπὸ τοῦ Δ ἐτέραν ἐφαπτομένην
15 ἀγαγεῖν τὴν ΔA καὶ τὰ λοιπὰ ὁμοίως ἀποδεικνύειν.

δ'.

Τῶν αὐτῶν ὄντων ἐὰν αἱ μὲν E, Γ συμπτώσεις
τὴν κατὰ τὸ B ἀφῆν περιέχωσι, τὸ δὲ Δ σημεῖον ἢ
ἐν τῇ ἐφεξῆς γωνίᾳ τῆς ὑπὸ τῶν ἀσυμπτῶτων περι-
20 εχομένης, ἢ ἀπὸ τῆς ἀφῆς ἐπὶ τὴν διαίρεσιν ἀγομένη
εὐθεῖα συμπεσεῖται τῇ ἀντικειμένη τωμῇ, καὶ ἡ ἀπὸ
τῆς συμπτώσεως ἀγομένη εὐθεῖα ἐφάπεται τῆς ἀντι-
κειμένης.

1. β'] v p, om. V. 5. τήν] p, om. V. 10. γ'] p,
om. V v. 12. τὸ δέ] scripsi cum Memo, τό V, καὶ τό p.
13. ἔσται V; corr. p. 16. δ'] p, om. V, γ' v. 21. συμ-
πεσῆται V; corr. p c.

Cambridge University Press

978-1-108-06185-8 - Apollonii Pergaei Quae Graece Exstant Cum Commentariis

Antiquis: volume 2

Edited by Johan Ludvig Heiberg

Excerpt

[More information](#)

CONICORUM LIBER IV.

9

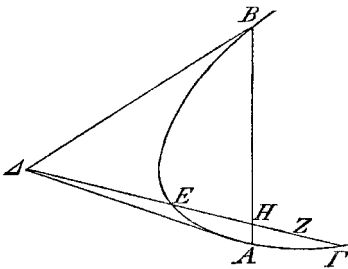
II.

Haec quidem communiter in omnibus sectionibus demonstrantur, in hyperbola autem sola hocce:

si $\angle B$ contingit, $\angle \Gamma$ autem in duobus punctis E, Γ secat, et puncta E, Γ punctum contactus B continent, et punctum Δ intra angulum ab asymptotis comprehensum positum est, demonstratio similiter conficietur; nam fieri potest, ut a Δ puncto aliam rectam contingentem $\angle A$ ducamus et reliquam demonstrationem similiter conficiamus.

III.

Isdem positis puncta E, Γ punctum contactus B



inter se ne contineant, punctum autem Δ intra angulum ab asymptotis comprehensum positum sit. itaque fieri potest, ut a Δ aliam contingentem ducamus $\angle A$ et reliqua similiter demonstremus.

IV.

Isdem positis si puncta concursus E, Γ punctum contactus B continent, Δ autem punctum in angulo positum est, qui angulo ab asymptotis comprehenso deinceps positus est, recta a puncto contactus ad punctum diuisionis ducta cum sectione opposita concurret, et recta a puncto concursus ducta oppositam continget.

ἔστωσαν ἀντικείμεναι αἱ B, Θ καὶ ἀσύμπτωτοι αἱ $KA, M\Xi N$ καὶ τὸ Δ σημεῖον ἐν τῇ ὑπὸ $\Delta\Xi N$ γωνίᾳ, καὶ ἀπ' αὐτοῦ ἐφαπτέσθω μὲν ἡ ΔB , τεμνέτω δὲ ἡ $\Delta\Gamma$, καὶ αἱ E, Γ συμπτώσεις περιεχέτωσαν τὴν B 5 ἀφήν, καὶ ὃν ἔχει λόγον ἡ $\Gamma\Delta$ πρὸς ΔE , ἐχέτω ἡ ΓZ πρὸς ZE .

δεικτέον, ὅτι ἡ ἀπὸ τοῦ B ἐπὶ τὸ Z ἐπιξεννυμένη συμπεσεῖται τῇ Θ τομῇ, καὶ ἡ ἀπὸ τῆς συμπτώσεως ἐπὶ τὸ Δ ἐφάψεται τῆς τομῆς.

10 ἤχθω γὰρ ἀπὸ τοῦ Δ ἐφαπτομένη τῆς τομῆς ἡ $\Delta\Theta$, καὶ ἐπιξενυθεῖσα ἡ ΘB πιπτέτω, εἰ δυνατόν, μὴ διὰ τοῦ Z , ἀλλὰ διὰ τοῦ H . ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ $\Gamma\Delta$ πρὸς ΔE , ἡ ΓH πρὸς HE . ὅπερ ἄτοπον· ὑπόκειται γάρ, ὡς ἡ $\Gamma\Delta$ πρὸς ΔE , ἡ ΓZ πρὸς ZE .

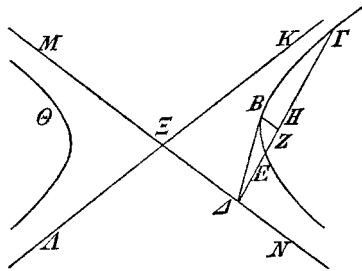
15

ε'.

Τῶν αὐτῶν ὄντων ἐὰν τὸ Δ σημεῖον ἐπὶ τινος ἢ τῶν ἀσύμπτωτων, ἡ ἀπὸ τοῦ B ἐπὶ τὸ Z ἀγομένη παράλληλος 20 ἔσται τῇ αὐτῇ ἀσύμπτωτῳ.

ὑποκείσθω γὰρ τὰ αὐτά, καὶ τὸ Δ σημεῖον ἔστω ἐπὶ μιᾶς τῶν ἀσύμπτωτων τῆς MN . δεικ-

25 τέον, ὅτι ἡ ἀπὸ τοῦ B τῇ MN παράλληλος ἀγομένη ἐπὶ τὸ Z πεσεῖται.



15. ε'] p, om. V, δ' v; et sic deinceps. 17. τῶν ἀ- bis V in extr. et init. pag.; corr. pc.