

Cambridge University Press

978-1-108-05929-9 - C.G.J. Jacobi's Gesammelte Werke: Herausgegeben auf Veranlassung der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften: Volume 6

Edited by Karl Weierstrass

Frontmatter

[More information](#)

## CAMBRIDGE LIBRARY COLLECTION

*Books of enduring scholarly value*

### Mathematics

From its pre-historic roots in simple counting to the algorithms powering modern desktop computers, from the genius of Archimedes to the genius of Einstein, advances in mathematical understanding and numerical techniques have been directly responsible for creating the modern world as we know it. This series will provide a library of the most influential publications and writers on mathematics in its broadest sense. As such, it will show not only the deep roots from which modern science and technology have grown, but also the astonishing breadth of application of mathematical techniques in the humanities and social sciences, and in everyday life.

### C.G.J. Jacobi's Gesammelte Werke

One of the greatest mathematicians of the nineteenth century, Carl Gustav Jacob Jacobi (1804–51) burst into the limelight with his redevelopment, together with Niels Henrik Abel (1802–29), of the theory of elliptic functions. His pioneering work was characterised by the variety of problems tackled and the power of the tools used to tackle them. His lasting influence on rational mechanics, number theory, partial differential equations, complex variable theory and computation is marked by the number of fundamental concepts that bear his name (the Jacobian, the Jacobi sum and the Jacobi symbol, among others). His collected works, comprising treatises, letters and papers written in German, Latin and French, were published in eight volumes between 1881 and 1891. Edited by fellow German mathematician Karl Weierstrass (1815–97), Volume 6 appeared in 1891.

Cambridge University Press

978-1-108-05929-9 - C.G.J. Jacobi's Gesammelte Werke: Herausgegeben auf Veranlassung der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften: Volume 6

Edited by Karl Weierstrass

Frontmatter

[More information](#)

---

Cambridge University Press has long been a pioneer in the reissuing of out-of-print titles from its own backlist, producing digital reprints of books that are still sought after by scholars and students but could not be reprinted economically using traditional technology. The Cambridge Library Collection extends this activity to a wider range of books which are still of importance to researchers and professionals, either for the source material they contain, or as landmarks in the history of their academic discipline.

Drawing from the world-renowned collections in the Cambridge University Library and other partner libraries, and guided by the advice of experts in each subject area, Cambridge University Press is using state-of-the-art scanning machines in its own Printing House to capture the content of each book selected for inclusion. The files are processed to give a consistently clear, crisp image, and the books finished to the high quality standard for which the Press is recognised around the world. The latest print-on-demand technology ensures that the books will remain available indefinitely, and that orders for single or multiple copies can quickly be supplied.

The Cambridge Library Collection brings back to life books of enduring scholarly value (including out-of-copyright works originally issued by other publishers) across a wide range of disciplines in the humanities and social sciences and in science and technology.

Cambridge University Press

978-1-108-05929-9 - C.G.J. Jacobi's Gesammelte Werke: Herausgegeben auf Veranlassung der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften: Volume 6

Edited by Karl Weierstrass

Frontmatter

[More information](#)

# C.G.J. Jacobi's Gesammelte Werke

*Herausgegeben auf Veranlassung der  
Königlich Preussischen Akademie  
der Wissenschaften*

VOLUME 6

EDITED BY KARL WEIERSTRASS



CAMBRIDGE  
UNIVERSITY PRESS

Cambridge University Press

978-1-108-05929-9 - C.G.J. Jacobi's Gesammelte Werke: Herausgegeben auf Veranlassung der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften: Volume 6

Edited by Karl Weierstrass

Frontmatter

[More information](#)

CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS

Cambridge, New York, Melbourne, Madrid, Cape Town,  
Singapore, São Paulo, Delhi, Mexico City

Published in the United States of America by Cambridge University Press, New York

[www.cambridge.org](http://www.cambridge.org)

Information on this title: [www.cambridge.org/9781108059299](http://www.cambridge.org/9781108059299)

© in this compilation Cambridge University Press 2013

This edition first published 1891  
This digitally printed version 2013

ISBN 978-1-108-05929-9 Paperback

This book reproduces the text of the original edition. The content and language reflect the beliefs, practices and terminology of their time, and have not been updated.

Cambridge University Press wishes to make clear that the book, unless originally published by Cambridge, is not being republished by, in association or collaboration with, or with the endorsement or approval of, the original publisher or its successors in title.

Cambridge University Press

978-1-108-05929-9 - C.G.J. Jacobi's Gesammelte Werke: Herausgegeben auf Veranlassung der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften: Volume 6

Edited by Karl Weierstrass

Frontmatter

[More information](#)

---

C. G. J. JACOBI'S  
GESAMMELTE WERKE.  
SECHSTER BAND.

Cambridge University Press

978-1-108-05929-9 - C.G.J. Jacobi's Gesammelte Werke: Herausgegeben auf Veranlassung der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften: Volume 6

Edited by Karl Weierstrass

Frontmatter

[More information](#)

---

C. G. J. JACOBI'S  
GESAMMELTE WERKE.

---

HERAUSGEGEBEN AUF VERANLASSUNG DER KÖNIGLICH  
PREUSSISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

---

SECHSTER BAND.

HERAUSGEGEBEN

VON

K. WEIERSTRASS.

---

BERLIN.  
VERLAG VON GEORG REIMER.  
1891.

Cambridge University Press

978-1-108-05929-9 - C.G.J. Jacobi's Gesammelte Werke: Herausgegeben auf Veranlassung der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften: Volume 6

Edited by Karl Weierstrass

Frontmatter

[More information](#)

---



## VORWORT.

---

Der vorliegende sechste Band von Jacobi's Werken erscheint wenige Monate nach Vollendung des fünften Bandes. Dafs sich dies hat ermöglichen lassen und dafs auch der Schlußband recht gut noch im Laufe dieses Jahres fertig gestellt werden kann, ist hauptsächlich das Verdienst meines Freundes und Collegen G. Hettner, der die Herausgabe der letzten beiden Bände, woran in der bisherigen Weise mich zu betheiligen der Zustand meiner Gesundheit mir nicht ferner gestattete, unter meiner Verantwortlichkeit bereitwilligst übernommen hat und, wie ich überzeugt bin, mit der ihm eigenen, bereits bei der von ihm allein besorgten Herausgabe der mathematischen Abhandlungen Borchardt's bewährten Sorgfalt, Umsicht und Gewissenhaftigkeit zu Ende führen wird.

Berlin, im März 1891.

Weierstrass.

Cambridge University Press

978-1-108-05929-9 - C.G.J. Jacobi's Gesammelte Werke: Herausgegeben auf Veranlassung der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften: Volume 6

Edited by Karl Weierstrass

Frontmatter

[More information](#)

---

## INHALTSVERZEICHNISS DES SECHSTEN BANDES.

## ABHANDLUNGEN ZUR THEORIE DER BESTIMMTEN INTEGRALE UND DER REIHEN.

	Seite
1. Über Gauss' neue Methode, die Werthe der Integrale näherungsweise zu finden . . .	3—11
2. Über den Ausdruck der verschiedenen Wurzeln einer Gleichung durch bestimmte Integrale	12—20
3. Über eine besondere Gattung algebraischer Functionen, die aus der Entwicklung der Function $(1 - 2xz + z^2)^{\frac{1}{2}}$ entstehen . . . . .	21—25
4. De resolutione aequationum per series infinitas . . . . .	26—61
5. Demonstratio formulae	
$\int_0^1 w^{a-1} (1-w)^{b-1} dw = \frac{\int_0^\infty e^{-x} x^{a-1} dx \int_0^\infty e^{-x} x^{b-1} dx}{\int_0^\infty e^{-x} x^{a+b-1} dx} = \frac{\Gamma(a)\Gamma(b)}{\Gamma(a+b)}$	. . . 62—63
6. De usu legitimo formulae summatoriae Maclaurinianae . . . . .	64—75
7. De fractione continua, in quam integrale $\int_x^\infty e^{-xx} dx$ evolvere licet . . . . .	76—78
8. Dato systemate $n$ aequationum linearium inter $n$ incognitas, valores incognitarum per integralia definita $(n-1)$ -tuplicia exhibentur . . . . .	79—85
9. Formula transformationis integralium definitorum . . . . .	86—118
10. De evolutione expressionis $(l + 2l' \cos \varphi + 2l'' \cos \varphi')^{-n}$ in seriem infinitam secundum cosinus multiploꝝ utriusque anguli $\varphi$ , $\varphi'$ procedentem . . . . .	119—147
11. Über die Entwicklung des Ausdrucks $(aa - 2aa' [\cos \omega \cos \varphi + \sin \omega \sin \varphi \cos (\vartheta - \vartheta')] + a'a')^{-\frac{1}{2}}$ . . . . .	148—155
12. Über den Werth, welchen das bestimmte Integral $\int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{1 - A \cos \varphi - B \sin \varphi}$ für beliebige imaginäre Werthe von $A$ und $B$ annimmt . . . . .	156—162

VIII	INHALTSVERZEICHNISS.	Seite
13.	Über einige der Binomialreihe analoge Reihen . . . . .	163—173
14.	De seriebus ac differentiis observatiunculæ . . . . .	174—182
15.	Problèmes d'analyse . . . . .	183

NACHLASS.

16.	Untersuchungen über die Differentialgleichung der hypergeometrischen Reihe . . . . .	184—202
17.	Über Reihenentwickelungen, welche nach den Potenzen eines gegebenen Polynoms fortschreiten und zu Coefficienten Polynome eines niedrigeren Grades haben . . . . .	203—230

ZAHLENTHEORETISCHE ABHANDLUNGEN.

18.	De residuis cubicis commentatio numerosa . . . . .	233—237
19.	Beantwortung der Aufgabe Seite 212 des 3 <sup>ten</sup> Bandes des Crelleschen Journals: „Kann $\alpha^{\mu-1}-1$ , wenn $\mu$ eine Primzahl und $\alpha$ eine ganze Zahl und kleiner als $\mu$ und grösser als 1 ist, durch $\mu\mu$ theilbar sein?“ . . . . .	238—239
20.	Observatio arithmetica de numero classium divisorum quadraticorum formæ $yy + Azz$ , designante $A$ numerum primum formæ $4n + 3$ . . . . .	240—244
21.	De compositione numerorum e quatuor quadratis . . . . .	245—251
22.	Über den Steinerschen Satz von den Primzahlen im 13 <sup>ten</sup> Bande des Crelleschen Journals . . . . .	252—253
23.	Über die Kreistheilung und ihre Anwendung auf die Zahlentheorie . . . . .	254—274
24.	Über die complexen Primzahlen, welche in der Theorie der Reste der 5 <sup>ten</sup> , 8 <sup>ten</sup> und 12 <sup>ten</sup> Potenzen zu betrachten sind . . . . .	275—280
25.	Elementarer Beweis einer merkwürdigen analytischen Formel, nebst einigen aus ihr folgenden Zahlensätzen . . . . .	281—302
26.	Beweis des Satzes, dass jede nicht fünfeckige Zahl ebenso oft in eine gerade als ungerade Anzahl verschiedener Zahlen zerlegt werden kann . . . . .	303—317
27.	Über die Reduction der quadratischen Formen auf die kleinste Anzahl Glieder . . . . .	318—321
28.	Über die Zusammensetzung der Zahlen aus ganzen positiven Cuben; nebst einer Tabelle für die kleinste Cubenanzahl, aus welcher jede Zahl bis 12000 zusammengesetzt werden kann . . . . .	322—354

NACHLASS.

29.	Über die Auflösung der Gleichung $\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \dots + \alpha_n x_n = fu$ . . . . .	355—384
30.	Allgemeine Theorie der kettenbruchähnlichen Algorithmen, in welchen jede Zahl aus drei vorhergehenden gebildet wird . . . . .	385—426

31.	Anmerkungen . . . . .	427—433
-----	-----------------------	---------