Cambridge University Press
978-1-108-05924-4 - C.G.J. Jacobi's Gesammelte Werke: Herausgegeben auf Veranlassung der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften: Volume 1
Edited by C.W. Borchardt
Excerpt
More information

GEDÄCHTNISSREDE

AUF

CARL GUSTAV JACOB JACOBI

VON

LEJEUNE DIRICHLET.

Abhandlungen der Königlichen Akademie der Wissenschaften zu Berlin
aus dem Jahre 1852.

GEDÄCHTNISSREDE

AUF

CARL GUSTAV JACOB JACOBI

VON

LEJEUNE DIRICHLET.

[Gehalten in der Akademie der Wissenschaften am 1. Juli 1852.]

Indem ich es unternehme, die wissenschaftlichen Leistungen des gröſsten Mathematikers zu schildern, welcher seit Lagrange unserer Körperschaft als anwesendes Mitglied angehört hat, treten mir lebhaft die Schwierigkeiten der Aufgabe vor Augen, die ganze Bedeutung der Schöpfungen eines Mannes darzustellen, welcher mit starker Hand in fast alle Gebiete einer durch zweitausendjährige Arbeit zu unermesslichem Umfange angewachsenen Wissenschaft eingegriffen, überall, wohin er seinen schöpferischen Geist gerichtet, wichtige oft tief verborgene Wahrheiten zu Tage gefördert und, neue Grundgedanken in die Wissenschaft einführend, die mathematische Speculation in mehr als einer Richtung auf eine höhere Stufe erhoben hat. Nur die Überzeugung, dass solchen der Wissenschaft und ihren Pflegern geleisteten Diensten gegenüber eine Pflicht der Dankbarkeit zu erfüllen ist, kann die Bedenken, welche das Bewusstsein meiner Unzulänglichkeit in mir hervorruft, zum Schweigen bringen: denn wem könnte die Erfüllung dieser Pflicht mehr obliegen als mir, der ich, wie alle meine Fachgenossen durch Jacobis wissenschaftliche Productionen so wesentlich gefördert, überdies eine nicht geringere Belehrung meinem vieljährigen, so nahen Verkehr mit dem groſsen Forscher verdanke. —

Carl Gustav Jacob Jacobi wurde den 10. Dec. 1804 zu Potsdam geboren, wo sein Vater ein begüterter Kaufmann war. Die erste Unterweisung in den alten Sprachen und den Elementen der Mathematik erhielt er von seinem mütterlichen Oheim, Hrn. Lehmann, der den regsamen Knaben weniger zu unterrichten als zu lenken hatte, und unter dessen einsichtiger Leitung dieser so rasche Fortschritte machte, dass er noch nicht zwölf Jahre alt in die zweite Klasse des Potsdamer Gymnasiums und schon nach einem halben Jahre in die erste aufgenommen wurde. In dieser blieb er volle 4 Jahre, da er nicht füglich vor zurückgelegtem 16ten Jahre die Universität besuchen konnte. Der mathematische Unterricht, der ganz als Gedächtnisssache behandelt wurde, konnte dem jungen Primaner nicht zusagen. Sein Verhältniss zum Lehrer war daher längere Zeit sehr unangenehm, gestaltete sich jedoch zuletzt besser, da der Lehrer einsichtig genug war den ungewöhnlichen Schüler gewähren zu lassen und es zu gestatten, dass dieser sich mit Eulers *Introductio* beschäftigte, während die übrigen Schüler mühsam erlernte Elementarsätze hersagten. Wie weit Jacobis geistige Entwicklung damals schon vorgeschritten war, zeigt der Versuch, den er um diese Zeit zur Auflösung der Gleichungen des 5ten Grades anstellte, und dessen er in einer seiner Abhandlungen später erwähnt hat.

An dieser Aufgabe hat mehr als einer von denen, welche später einen grofsen Namen erlangt haben, zuerst seine Kräfte geübt, und man begreift in der That leicht, welchen Reiz gerade dieses Problem auf ein erwachendes Talent ausüben musste, so lange die Unmöglichkeit desselben noch nicht erwiesen war. Zu der Berühmtheit, welche so viele fruchtlose Bemühungen dieser Untersuchung gegeben hatten, gesellte sich der besondere Umstand, dass das Problem, als einem Gebiete angehörig, welches unmittelbar an die Elemente grenzt, ohne ein grofses Mafs von Vorkenntnissen zugänglich schien.

Auf der hiesigen Universität theilte Jacobi seine Zeit zwischen philosophischen, philologischen und mathematischen Studien. Als Theilnehmer an den Übungen des philologischen Seminars erregte er die Aufmerksamkeit unseres Collegen Böckh, des Vorstehers dieses Instituts, welcher den jungen Mann wegen seines scharfen und eigenthümlichen Geistes sehr lieb gewann und durch besonderes Wohlwollen auszeichnete.

Mathematische Vorlesungen scheint er wenig besucht zu haben, da diese damals auf der hiesigen Universität einen zu elementaren Charakter hatten, als dass sie Jacobi, der schon mit einigen der Hauptwerke von Euler und Lagrange vertraut war, wesentlich hätten fördern können. Desto eifriger sah er sich in der mathematischen Litteratur um und suchte namentlich eine allgemeine Übersicht der groſsen wissenschaftlichen Schätze zu gewinnen, welche die akademischen Sammlungen enthalten. Jacobi, dessen Natur das bloſse Einsammeln von Kenntnissen nicht zusagte und der das Bedürfniss fühlte, der Dinge, womit er sich beschäftigte, ganz Herr zu werden, erkannte nach etwa zweijährigen Universitätsstudien die Nothwendigkeit einen Entschluss zu fassen, und entweder der Philologie oder der Mathematik zu entsagen. Da die Entscheidung, welche er traf, nicht nur für ihn, sondern auch für die Wissenschaft, welcher er sich von nun an ausschlieſslich widmete, so wichtige Folgen gehabt hat, so wird man die Gründe, welche seine Wahl bestimmten, gern von ihm selbst erfahren. Er schreibt darüber an seinen schon genannten Oheim: »Indem ich so doch einige Zeit mich ernstlich mit der Philologie beschäftigte, gelang es mir einen Blick wenigstens zu thun in die innere Herrlichkeit des alten hellenischen Lebens, so dass ich wenigstens nicht ohne Kampf dessen weitere Erforschung aufgeben konnte. Denn aufgeben muss ich sie für jetzt ganz. Der ungeheure Koloss, den die Arbeiten eines Euler, Lagrange, Laplace hervorgerufen haben, erfordert die ungeheuerste Kraft und Anstrengung des Nachdenkens, wenn man in seine innere Natur eindringen will und nicht bloſs äusserlich daran herumkramen. Über diesen Meister zu werden, dass man nicht jeden Augenblick fürchten muss von ihm erdrückt zu werden treibt ein Drang, der nicht rasten und ruhen lässt, bis man oben steht und das ganze Werk übersehen kann. Dann ist es auch erst möglich mit Ruhe an der Vervollkommnung seiner einzelnen Theile recht zu arbeiten und das ganze, groſse Werk nach Kräften weiter zu führen, wenn man seinen Geist erfasst hat.«

Zu seiner Doctordissertation wählte Jacobi einen schon vielfach behandelten Gegenstand, die Zerlegung der algebraischen Brüche. Er beweist darin zuerst merkwürdige Formeln, welche Lagrange ohne Beweis in den Abhandlungen unserer Akademie gegeben hatte, geht dann zu einer neuen Art der Zerlegung über, welche nicht, wie die bis dahin ausschlieſslich betrachtete, völlig bestimmt ist, und beschlieſst die Abhandlung mit Untersuchungen über die Umformung der Reihen, wobei schon ein neues Princip bemerklich wird, von welchem er in späteren Arbeiten mehrfach Gebrauch gemacht hat.

Gleich nach seiner Promotion habilitirte sich Jacobi bei der Universität und hielt eine Vorlesung über die Theorie der krummen Flächen und Curven im

Raume. Nach dem Zeugniss eines seiner damaligen Zuhörer muss sein Lehrtalent bei diesem ersten Auftreten schon sehr entwickelt gewesen sein und er es verstanden haben, sein Thema mit grofser Klarheit und auf eine seine Zuhörer sehr anregende Weise zu behandeln. Der 21jährige Docent zeigte auch darin eine sehr frühe Reife des Urtheils, dass er, unbeirrt durch den Misskredit, in welchen die Methode des Unendlichkleinen um jene Zeit durch eine grofse Autorität gekommen war, gerade dieser in seiner Darstellung folgte und seine Zuhörer mit dem besten Erfolge zu überzeugen sich bemühte, dass die verdächtigte Methode nur in ihrer abgekürzten Form von der strengen Methode der Alten unterschieden ist, aber gerade durch diese Form bei allen zusammengesetzteren Fragen unentbehrlich wird.

Die Aufmerksamkeit, welche Jacobi zu erregen anfing, veranlasste die höchste Unterrichtsbehörde ihn aufzufordern, seine Lehrthätigkeit vorläufig als Privatdocent in Königsberg fortzusetzen, wo durch die eben vacant gewordene Professur der Mathematik sich zu seiner Beförderung mehr Aussichten als in Berlin darboten.

Bei seiner Übersiedlung nach Königsberg war es für Jacobi ein wichtiges Ereigniss den grofsen Astronomen Bessel persönlich kennen zu lernen und zum ersten Male in einem dem seinigen so nahe verwandten Fache ein Genie in der Nähe zu sehen. Die tägliche Anschauung des Feuereifers dieses ausserordentlichen Mannes übte selbst auf ihn, der es doch von seiner frühsten Jugend an gewohnt war, die gröfsten Anstrengungen von sich zu fordern, den mächtigsten Einfluss, dessen er später oft dankbar erwähnt hat.

Es war für Jacobis schriftstellerische Laufbahn ein glücklicher Umstand, dass der Anfang derselben mit der Gründung der mathematischen Zeitschrift zusammenfiel, durch deren Herausgabe sich unser College Crelle ein so grofses und bleibendes Verdienst nicht nur um die Verbreitung sondern auch um die Belebung des Studiums der Wissenschaft erworben hat. Jacobi, der zu den frühsten Mitarbeitern der Zeitschrift gehörte, ist ihr bis zu seinem Tode treu geblieben, und wenn man die beiden besondern Werke *Fundamenta nova* und *Canon arithmeticus* ausnimmt, so sind fast alle seine andern Arbeiten zuerst im Crelleschen Journal erschienen.

Jacobis erste Abhandlungen zeigen ihn schon als durchaus vollendeten Mathematiker, mag er nun, wie in den Aufsätzen »über Gaufs neue Methode zur genäherten Bestimmung der Integrale« und »über die Pfaffsche Methode für die Integration der partiellen Differentialgleichungen«, bekannte Theorieen aus einem neuen Gesichtspunkte betrachten und wesentlich vereinfachen oder noch nicht gelöste Probleme behandeln und zu neuen Resultaten gelangen. Unter den Arbeiten der letzteren Art sind hier zwei besonders zu erwähnen: eine Abhandlung von wenigen Seiten, in der er eine bis dahin unbekannt gebliebene Grundeigenschaft der merkwürdigen Function kennen lehrt, welche von Legendre zuerst in die Wissenschaft eingeführt, in allen spätern allgemeinen Untersuchungen über die Anziehung eine so groſse Rolle gespielt hat, und eine andere »über die cubischen Reste«. Diese letztere enthält zwar nur Sätze ohne Beweise, aber diese Sätze sind der Art, dass sie nicht das Ergebniss der Induction sein können und keinen Zweifel darüber lassen, dass Jacobi schon damals in dem wissenschaftlichen Gebiete, welches Gauſs ein Vierteljahrhundert früher der mathematischen Speculation eröffnet hatte und welches eben so sehr der höheren Algebra als der Theorie der Zahlen angehört, im Besitze neuer, fruchtbarer Principien sein musste, was auch durch eine spätere Publication bestätigt wird, in der er ausdrücklich erwähnt, dass er diese Principien schon damals Gauſs brieflich mitgetheilt habe.

Von der weiteren Verfolgung dieses Gegenstandes wurde Jacobi zu jener Zeit durch eine andere Arbeit, seine Untersuchungen über die elliptischen Functionen abgezogen, welche ihm bald eine so groſse Berühmtheit verleihen und eine Stelle unter den ersten Mathematikern der Zeit anweisen sollten.

Der junge Mathematiker, der sich schon in so vielen Richtungen mit Erfolg versucht hatte, schien längere Zeit in der Theorie der elliptischen Functionen vom Glücke nicht begünstigt zu werden. Einer seiner Freunde, der ihn eines Tages auffallend verstimmt fand, erhielt auf die Frage nach dem Grunde dieser Verstimmung von ihm die Antwort: Sie sehen mich eben im Begriff dieses Buch (Legendres *exercices*) auf die Bibliothek zurückzuschicken, mit welchem ich entschiedenes Unglück habe. Wenn ich sonst ein bedeutendes Werk studirt habe, hat es mich immer zu eigenen Gedanken angeregt und ist dabei immer etwas für mich abgefallen. Diesmal bin ich ganz leer ausgegangen und nicht zum geringsten Einfalle inspirirt worden.

Wenn die eignen Gedanken in diesem Falle etwas lange auf sich warten lieſsen, so stellten sie sich dafür später um so reichlicher ein, so reichlich, dass sie in Verbindung mit den gleichzeitigen Gedanken Abels eine unerwartete Erweiterung und die völlige Umgestaltung eines der wichtigsten Zweige der Analysis zur Folge hatten.

Indem der Fortschritt hier zu derselben Zeit von zwei verschiedenen Seiten ausging, wird es erforderlich neben Jacobis Untersuchungen die gleichzeitigen Arbeiten Abels zu erwähnen. Im Ursprunge von einander unabhängig, greifen die Entdeckungen beider später so in einander ein, dass die Darstellung der einen ohne Berücksichtigung der andern kaum verständlich sein würde.

Die Theorie der elliptischen Functionen, mit welcher Abels und Jacobis Namen auf immer verbunden sind, reicht in ihren Anfängen nicht über die erste Hälfte des vorigen Jahrhunderts zurück. Ein italienischer Mathematiker von ungewöhnlichem Scharfsinn, der Graf Fagnano aus dem Kirchenstaate, machte die merkwürdige Entdeckung, dass das Integral, welches den Bogen der Curve ausdrückt, welche damals die Mathematiker unter dem Namen Lemniscate vielfach beschäftigte, ähnliche Eigenschaften besitzt wie das einfachere Integral, welches einen Kreisbogen darstellt, und dass z. B. zwischen den Grenzen zweier Integrale dieser Art, deren eines dem doppelten Werthe des andern gleich ist, ein einfacher algebraischer Zusammenhang Statt findet, so dass ein Lemniscatenbogen, wenn gleich eine Transcendente höherer Art, doch wie ein Kreisbogen durch geometrische Construction verdoppelt oder gehälftet werden kann. Euler fand einige Jahre später die eigentliche Quelle dieser und anderer ähnlicher Eigenschaften in einem Satze, der zu den schönsten Bereicherungen gehört, welche die Wissenschaft diesem großen Forscher verdankt. Nach diesem Eulerschen Satze hängt ein gewisses Integral, welches allgemeiner ist als das von Fagnano betrachtete und in unserer jetzigen Terminologie elliptisches Integral der ersten Gattung heißt, so von seiner Grenze ab, dass zwei solche Integrale mit beliebigen Grenzen immer in ein drittes vereinigt werden können, dessen Grenze eine einfache algebraische Verbindung der Grenzen jener ist, gerade so wie der Sinus eines zweitheiligen Bogens algebraisch aus den Sinus seiner Bestandtheile gebildet werden kann. Aber das elliptische Integral ist allgemeiner als dasjenige, welches einen Kreisbogen ausdrückt. Auf die einfachste Form gebracht hängt es nicht wie dieses bloß von seiner Grenze, sondern auch von einer andern in der Function enthaltenen Größe, dem sogenannten Modul, ab. Das Eulersche Theorem ergab nur Beziehungen zwischen Integralen mit demselben Modul. Das erste Beispiel eines Zusammenhanges zwischen Integralen, die sich durch ihre Moduln unterscheiden, bot eine spätere von Landen und in etwas anderer Form von Lagrange gemachte Entdeckung dar, nach welcher ein elliptisches Integral durch eine einfache algebraische Substitution in ein anderes Integral derselben Art verwandelt werden kann.

Es ist Legendres unvergänglicher Ruhm in den eben erwähnten Entdeckungen die Keime eines wichtigen Zweiges der Analysis erkannt und durch die Arbeit eines halben Lebens auf diesen Grundlagen eine selbständige Theorie errichtet zu haben, welche alle Integrale umfasst, in denen keine andere Irrationalität enthalten ist als eine Quadratwurzel, unter welcher die Veränderliche den 4ten Grad nicht übersteigt. Schon Euler hatte bemerkt, mit welchen Modificationen sein Satz auf solche Integrale ausgedehnt werden kann; Legendre, indem er von dem glücklichen Gedanken ausging, alle diese Integrale auf feste canonische Formen zurückzuführen, gelangte zu der für die Ausbildung der Theorie so wichtig gewordenen Erkenntniss, dass sie in drei wesentlich verschiedene Gattungen zerfallen. Indem er dann jede Gattung einer sorgfältigen Untersuchung unterwarf, entdeckte er viele ihrer wichtigsten Eigenschaften, von welchen namentlich die, welche der dritten Gattung zukommen, sehr verborgen und ungemein schwer zugänglich waren. Nur durch die ausdauerndste Beharrlichkeit, die den grofsen Mathematiker immer von neuem auf den Gegenstand zurückkommen liefs, gelang es ihm hier Schwierigkeiten zu besiegen, welche mit den Hülfsmitteln, die ihm zu Gebote standen, kaum überwindlich scheinen mussten.

Die Theorie, wie Abel und Jacobi sie vorfanden, bot mehrere höchst räthselhafte Erscheinungen dar, zu deren Aufklärung die damals bekannten Principien nicht ausreichten. So hatte man, um nur eine dieser Erscheinungen zu erwähnen, gefunden, dass der Grad der mit Hülfe des Eulerschen Satzes gebildeten Gleichung, von deren Lösung die Theilung des elliptischen Integrals abhängt, nicht wie in der analogen Frage der Kreistheilung der Anzahl der Theile sondern dem Quadrate dieser Anzahl gleich ist. Die Bedeutung der reellen Wurzeln, deren Anzahl mit jener übereinstimmt, war leicht ersichtlich, wogegen die zahlreichern imaginären ganz unerklärlich erscheinen mussten. Aber dass hier ein Geheimniss verborgen liege, darüber hatte man vor Abel und Jacobi kein Bewusstsein, und ihnen war es vorbehalten sich zuerst über diese und ähnliche Erscheinungen zu wundern, was in der Mathematik wie in anderen Gebieten oft schon eine halbe Entdeckung ist.

Obgleich die Umgestaltung der Theorie der elliptischen Functionen, welche man Abel und Jacobi verdankt, aus dem Zusammenwirken mehrerer sich gegenseitig unterstützender Gedanken hervorgegangen ist, so scheint doch zweien dieser Gedanken die gröſste Wichtigkeit zugeschrieben werden zu müssen, weil sie alle Theile der neuen Theorie innig durchdringen. Während die früheren Bearbeiter dieses Gegenstandes das elliptische Integral der ersten Gattung als eine Function seiner Grenze ansahen, erkannten Abel und Jacobi unabhängig von einander, wenn auch der erstere einige Monate früher, die Nothwendigkeit die Betrachtungsweise umzukehren und die Grenze nebst zwei einfachen von ihr abhängigen Gröſsen, die so unzertrennlich mit ihr verbunden sind wie der Sinus zum Cosinus gehört, als Functionen des Integrals zu behandeln, gerade wie man schon früher zur Erkenntniss der wichtigsten Eigenschaften der vom Kreise abhängigen Transcendenten gelangt war, indem man den Sinus und Cosinus als Functionen des Bogens und nicht diesen als eine Function von jenen betrachtete.

Ein zweiter Abel und Jacobi gemeinsamer Gedanke, der Gedanke das Imaginäre in diese Theorie einzuführen, war von noch gröſserer Bedeutung und Jacobi hat es später oft wiederholt, dass die Einführung des Imaginären allein alle Räthsel der früheren Theorie gelöst habe. Wäre es nicht eine so alte Erfahrung, dass das nahe Liegende sich fast immer zuletzt darbietet, so würde man es auffallend finden müssen, dass dieser Gedanke Euler entgangen ist, zu dessen frühsten und schönsten Leistungen es gehört, die Theorie der Kreisfunctionen, indem er diese als imaginäre Exponentialgröſsen behandelte, in solchem Grade vereinfacht und erweitert zu haben, dass fast das ganze Gebiet der Analysis eine wesentliche Umgestaltung dadurch erfuhr.

Indem Abel und Jacobi in die vorhin erwähnten, durch Umkehrung aus dem elliptischen Integral der ersten Gattung gebildeten Functionen, welche nach unserer jetzigen Terminologie ausschlieſslich elliptische Functionen genannt werden, das Imaginäre einführten, erkannten sie, dass diese Functionen gleichzeitig an der Natur der Kreisfunctionen und an der der Exponentialgröſsen Theil haben, und dass, während jene nur für reelle, diese nur für imaginäre Werthe des Argumentes periodisch sind, die elliptischen Functionen beide Arten der Periodicität in sich vereinigen.