

Cambridge University Press

978-1-108-05922-0 - Jacob Steiner's Gesammelte Werke: Herausgegeben auf Veranlassung der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften: Volume 2

Edited by Karl Weierstrass

Frontmatter

[More information](#)

CAMBRIDGE LIBRARY COLLECTION

Books of enduring scholarly value

Mathematics

From its pre-historic roots in simple counting to the algorithms powering modern desktop computers, from the genius of Archimedes to the genius of Einstein, advances in mathematical understanding and numerical techniques have been directly responsible for creating the modern world as we know it. This series will provide a library of the most influential publications and writers on mathematics in its broadest sense. As such, it will show not only the deep roots from which modern science and technology have grown, but also the astonishing breadth of application of mathematical techniques in the humanities and social sciences, and in everyday life.

Jacob Steiner's Gesammelte Werke

The Swiss mathematician Jakob Steiner (1796–1863) came from a poor background with an incomplete education, yet such was his mathematical talent that eventually the Prussian university system adapted itself to him rather than he to it. A geometer in an age dominated by analysts, he pursued his own interests in his own way. The elegant results which bear his name – including Steiner circles, systems and symmetrisation – are known to most mathematicians today. Considered by many to be the greatest geometer since Apollonius of Perga, Steiner did important work on systemising geometry, laying the foundation for much later work on projective geometry. Edited by the eminent mathematician Karl Weierstrass (1815–97), this two-volume edition of Steiner's collected works offers scholars access to his influential writings in the original German. Volume 2 was published in 1882.

Cambridge University Press

978-1-108-05922-0 - Jacob Steiner's Gesammelte Werke: Herausgegeben auf Veranlassung der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften: Volume 2

Edited by Karl Weierstrass

Frontmatter

[More information](#)

Cambridge University Press has long been a pioneer in the reissuing of out-of-print titles from its own backlist, producing digital reprints of books that are still sought after by scholars and students but could not be reprinted economically using traditional technology. The Cambridge Library Collection extends this activity to a wider range of books which are still of importance to researchers and professionals, either for the source material they contain, or as landmarks in the history of their academic discipline.

Drawing from the world-renowned collections in the Cambridge University Library and other partner libraries, and guided by the advice of experts in each subject area, Cambridge University Press is using state-of-the-art scanning machines in its own Printing House to capture the content of each book selected for inclusion. The files are processed to give a consistently clear, crisp image, and the books finished to the high quality standard for which the Press is recognised around the world. The latest print-on-demand technology ensures that the books will remain available indefinitely, and that orders for single or multiple copies can quickly be supplied.

The Cambridge Library Collection brings back to life books of enduring scholarly value (including out-of-copyright works originally issued by other publishers) across a wide range of disciplines in the humanities and social sciences and in science and technology.

Cambridge University Press

978-1-108-05922-0 - Jacob Steiner's Gesammelte Werke: Herausgegeben auf Veranlassung der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften: Volume 2

Edited by Karl Weierstrass

Frontmatter

[More information](#)

Jacob Steiner's Gesammelte Werke

*Herausgegeben auf Veranlassung
der Königlich Preussischen Akademie
der Wissenschaften*

VOLUME 2

EDITED BY KARL WEIERSTRASS



CAMBRIDGE
UNIVERSITY PRESS

Cambridge University Press

978-1-108-05922-0 - Jacob Steiner's Gesammelte Werke: Herausgegeben auf Veranlassung der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften: Volume 2

Edited by Karl Weierstrass

Frontmatter

[More information](#)

CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS

Cambridge, New York, Melbourne, Madrid, Cape Town,
Singapore, São Paulo, Delhi, Mexico City

Published in the United States of America by Cambridge University Press, New York

www.cambridge.org

Information on this title: www.cambridge.org/9781108059220

© in this compilation Cambridge University Press 2013

This edition first published 1882
This digitally printed version 2013

ISBN 978-1-108-05922-0 Paperback

This book reproduces the text of the original edition. The content and language reflect the beliefs, practices and terminology of their time, and have not been updated.

Cambridge University Press wishes to make clear that the book, unless originally published by Cambridge, is not being republished by, in association or collaboration with, or with the endorsement or approval of, the original publisher or its successors in title.

Cambridge University Press

978-1-108-05922-0 - Jacob Steiner's Gesammelte Werke: Herausgegeben auf Veranlassung der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften: Volume 2

Edited by Karl Weierstrass

Frontmatter

[More information](#)

**JACOB STEINER'S
GESAMMELTE WERKE.**

HERAUSGEGEBEN AUF VERANLASSUNG DER KÖNIGLICH
PREUSSISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

ZWEITER BAND.

MIT 23 FIGURENTAFELN.

HERAUSGEGEBEN

VON

K. WEIERSTRASS.

BERLIN.

DRUCK UND VERLAG VON G. REIMER.

1882.

Cambridge University Press

978-1-108-05922-0 - Jacob Steiner's Gesammelte Werke: Herausgegeben auf Veranlassung der Königlich
Preussischen Akademie der Wissenschaften: Volume 2

Edited by Karl Weierstrass

Frontmatter

[More information](#)

Cambridge University Press

978-1-108-05922-0 - Jacob Steiner's Gesammelte Werke: Herausgegeben auf Veranlassung der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften: Volume 2

Edited by Karl Weierstrass

Frontmatter

[More information](#)

Vorrede.

Indem ich den zweiten (und letzten) Band der Werke *Steiner's* dem mathematischen Publikum übergebe, habe ich zunächst zu bemerken, dass die in mehreren, an mich gerichteten Zuschriften ausgesprochene und, wie ich höre, von Vielen getheilte Erwartung, es werde dieser Band eine Reihe interessanter, noch nicht veröffentlichter Mittheilungen aus dem *Steiner'schen* Nachlasse bringen, auf einer falschen Vorstellung von dem Inhalte dieses Nachlasses beruht. Nach der Auskunft, die der Besitzer desselben, Herr Professor *Geiser* in Zürich, mir zu geben die Güte hatte, besteht er hauptsächlich aus den Vorarbeiten und den verschiedenen Redactionsentwürfen zu einer Anzahl der bereits veröffentlichten Abhandlungen, und es würde das in demselben enthaltene Material, wenn es nutzbar gemacht werden sollte, einer durchgreifenden Bearbeitung in derselben Weise bedürfen, wie sie denjenigen Stücken, welche den von den Herren *Schröter* und *Geiser* herausgegebenen Vorlesungen *Steiner's* zum Grunde liegen, zutheil geworden ist. Eine Verwerthung des Nachlasses für die von mir im Auftrage der Akademie besorgte neue Ausgabe der Werke *Steiner's*, welche nur die von diesem selbst veröffentlichten oder im Wesentlichen druckfertig hinterlassenen Arbeiten enthalten

Cambridge University Press

978-1-108-05922-0 - Jacob Steiner's Gesammelte Werke: Herausgegeben auf Veranlassung der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften: Volume 2

Edited by Karl Weierstrass

Frontmatter

[More information](#)

VI

Vorrede.

sollte, war also ausgeschlossen. (Vergl. die Vorrede zum ersten Bande von *Jacobi's* gesammelten Werken.) Nur einige Zusätze, die von *Steiner* mehreren Abhandlungen nach deren Herausgabe handschriftlich beigelegt und von Herrn *Geiser* mir mitgetheilt worden sind, konnten in die diesem Bande angehängten „Anmerkungen und Zusätze“ aufgenommen werden. Ausserdem habe ich mir erlaubt, eine schon früher nach einer mündlichen Mittheilung *Steiner's* von mir veröffentlichte Notiz über die seitdem so bekannt gewordene „*Steiner'sche* Fläche“ wieder abdrucken zu lassen, sowie bei dieser Gelegenheit eine nicht uninteressante, auf eine andere Fläche vierten Grades sich beziehende und von *Steiner* mir vorgelegte Aufgabe mitzutheilen.

Zwei der bedeutendsten Abhandlungen *Steiner's*, in denen er die Ergebnisse seiner langjährigen Untersuchungen „über Maximum und Minimum bei den Figuren in der Ebene, auf der Kugelfläche und im Raum überhaupt“, niedergelegt hat, waren bisher nur in französischen Uebersetzungen bekannt. *Steiner* hatte nämlich diese Arbeiten der Pariser Akademie vorgelegt, und zwar in deutscher Sprache, auf *Liouville's*, des Berichterstatters, Wunsch aber in dessen Journal die erste Abhandlung in französischer Sprache erscheinen lassen, was zur Folge hatte, dass nicht nur diese, sondern auch die zweite Abhandlung später im *Crelle'schen* Journal in derselben Sprache veröffentlicht wurde. Glücklicherweise ist aber *Steiner's* Originalmanuscript erhalten geblieben und mir von Herrn *Geiser* mit dankenswerthestem Entgegenkommen zur Verfügung gestellt worden. Die Vergleichung desselben mit den genannten Uebersetzungen liess sofort erkennen, dass es vor diesen, in denen an nicht wenigen Stellen der Sinn verfehlt, oder der Ausdruck nicht klar und bestimmt genug ist, hie und da auch Fehler vorkommen, die das Original nicht hat,

Cambridge University Press

978-1-108-05922-0 - Jacob Steiner's Gesammelte Werke: Herausgegeben auf Veranlassung der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften: Volume 2

Edited by Karl Weierstrass

Frontmatter

[More information](#)

Vorrede.

VII

bedeutende Vorzüge besitze. Ich habe es deshalb für geboten erachtet, bei der neuen Ausgabe der in Rede stehenden Abhandlungen den ursprünglichen *Steiner'schen* Text wieder herzustellen, um so mehr, als das gedachte Manuscript so sorgfältig ausgearbeitet ist, dass es mit Ausnahme sehr weniger Stellen ganz unverändert abgedruckt werden konnte.

Sämmtliche Abhandlungen dieses Bandes sind — in ähnlicher Weise, wie es bei denen des ersten Bandes geschehen ist — vor dem Abdrucke theils von Herrn Professor *Kiepert* (Bogen 1—20), theils von Herrn Dr. *Schur* (Bogen 21—42), und dann bei der Correctur noch einmal von dem ersteren sorgfältig revidirt worden. Indem ich beiden Herren für die Hülfe, die sie mir geleistet, meinen aufrichtigsten Dank ausspreche, habe ich noch hinzuzufügen, dass von Herrn *Kiepert* — ohne dessen eifrige Mitwirkung es mir überhaupt unmöglich gewesen wäre, mit der übernommenen Aufgabe in verhältnissmässig kurzer Zeit fertig zu werden — auch sämmtliche zu diesem Bande gehörigen Figuren neu gezeichnet worden sind.

Berlin, 6. März 1882.

Weierstrass.

Cambridge University Press

978-1-108-05922-0 - Jacob Steiner's Gesammelte Werke: Herausgegeben auf Veranlassung der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften: Volume 2

Edited by Karl Weierstrass

Frontmatter

[More information](#)

Inhaltsverzeichniss des zweiten Bandes.

	Seite
1. Démonstration géométrique d'un théorème relatif à l'attraction d'une couche ellipsoïdique sur un point extérieur. Avec 1 figure (Tabl I) .	1— 5
2. Ein neuer Satz über die Primzahlen	7— 12
3. Aufgaben und Lehrsätze. Hierzu Taf. I, Fig. 2	13— 18
4. Einfache Construction der Tangente an die allgemeine Lemniskate. Hierzu Taf II, Fig. 1	19— 23
5. Aufgaben und Lehrsätze. Hierzu Taf. II, Fig. 2 und 3	25— 32
6. Aufgaben und Lehrsätze. Hierzu Taf. III, Fig. 1 und 2	33— 40
7. Aufgaben und Lehrsätze	41— 50
8. Maximum und Minimum des Bogens einer beliebigen Curve im Verhältniss zur zugehörigen Abscisse oder Ordinate. Hierzu Taf. III und IV, Fig. 3—6	51— 61
9. Aufgaben und Lehrsätze. Hierzu Taf. V, Fig. 1—5	63— 74
10. Einfache Beweise der isoperimetrischen Hauptsätze. Hierzu Taf. VI, Fig. 1—5	75— 91
11. Ueber den Punct der kleinsten Entfernung	93— 95
12. Von dem Krümmungs-Schwerpunkte ebener Curven. Hierzu Taf. VII und VIII, Fig. 1—11	97—159
13. Ueber einige allgemeine Eigenschaften der Curven von doppelter Krümmung	161—165
14. Ueber ein einfaches Princip zum Quadriren verschiedener Curven . .	167—170
15. Ueber parallele Flächen	171—176
16. Ueber Maximum und Minimum bei den Figuren in der Ebene, auf der Kugelfläche und im Raume überhaupt. Erste Abhandlung. Hierzu Taf. IX—XI, Fig. 1—19	177—240

Cambridge University Press

978-1-108-05922-0 - Jacob Steiner's Gesammelte Werke: Herausgegeben auf Veranlassung der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften: Volume 2

Edited by Karl Weierstrass

Frontmatter

[More information](#)

Inhaltsverzeichnis des zweiten Bandes.

IX

	Seite
17. Ueber Maximum und Minimum u. s. w. Zweite Abhandlung. Hierzu Taf. XII—XIV, Fig. 1—17	241—308
18. Ueber einige stereometrische Sätze	309—320
19. Elementare Lösung einer Aufgabe über das ebene und sphärische Dreieck. Hierzu Taf. XV, Fig. 1—5	321—326
20. Teoremi relativi alle coniche inscritte e circoscritte. A ciò aggiunta la tav. XIV, Fig. 1—3	327—337
21. Ueber eine Eigenschaft des Krümmungshalbmessers der Kegelschnitte	339—342
22. Lehrsätze und Aufgaben	343—348
23. Ueber eine Eigenschaft der Leitstrahlen der Kegelschnitte	349—354
24. Geometrische Lehrsätze und Aufgaben	355—360
25. Ueber Lehrsätze, von welchen die bekannten Sätze über parallele Curven besondere Fälle sind	361—367
26. Geometrische Lehrsätze	369—373
27. Sätze über Curven zweiter und dritter Ordnung	375—380
28. Ueber das dem Kreise umschriebene Viereck. Hierzu Taf. XVII—XIX, Fig. 1—4	381—388
29. Elementare Lösung einer geometrischen Aufgabe, und über einige damit in Verbindung stehende Eigenschaften der Kegelschnitte. Hierzu Taf. XX, Fig. 1—4	389—420
30. Ueber das grösste Product der Theile oder Summanden jeder Zahl	421—424
31. Lehrsätze	425—434
32. Combinatorische Aufgabe	435—438
33. Aufgaben und Lehrsätze	439—443
34. Ueber einige neue Bestimmungsarten der Curven zweiter Ordnung, nebst daraus folgenden neuen Eigenschaften derselben Curven. Hierzu Taf. XXI und XXII, Fig. 1—3	445—468
35. Allgemeine Betrachtungen über einander doppelt berührende Kegelschnitte	469—483
36. Aufgaben und Lehrsätze	485—492
37. Allgemeine Eigenschaften der algebraischen Curven	493—509
38. Ueber solche algebraische Curven, welche einen Mittelpunct haben, und über darauf bezügliche Eigenschaften allgemeiner Curven, sowie über geradlinige Transversalen der letzteren	511—596
39. Aufgaben und Sätze, bezüglich auf die vorstehende Abhandlung	597—601
40. Eigenschaften der Curven vierten Grades rücksichtlich ihrer Doppeltangenten	603—612
41. Aufgaben und Lehrsätze	613—620
42. Ueber algebraische Curven und Flächen	621—637

Steiner's Werke. II.

Cambridge University Press

978-1-108-05922-0 - Jacob Steiner's Gesammelte Werke: Herausgegeben auf Veranlassung der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften: Volume 2

Edited by Karl Weierstrass

Frontmatter

[More information](#)

X

Inhaltsverzeichnis des zweiten Bandes.

	Seite
43. Ueber eine besondere Curve dritter Classe (und vierten Grades) . . .	639—647
44. Ueber die Flächen dritten Grades	649—659
45. Vermischte Sätze und Aufgaben	661—684

N a c h l a s s.

46. Geometrische Betrachtungen und Lehrsätze	687—716
47. Construction der durch neun gegebene Punkte gehenden Fläche zweiten Grades	717—720
48. Zwei specielle Flächen vierter Ordnung	721—724
—————	
49. Anmerkungen und Zusätze. Hierzu Taf. XXIII, Fig. 1—5	725—743