
DISCOURS

SUR

LES SCIENCES MATHÉMATIQUES.

SA MAJESTÉ étant en son Conseil,

Une députation de la classe des sciences mathématiques et physiques de l'Institut, composée de MM. Bougainville, président de l'Institut; Tenon, vice-président; Delambre, Cuvier, secrétaires; de MM. Lagrange; Monge, Messier, de Fleurieu, Charles, Berthollet, Haüy, Lamarck, Thouin, de la Cépède et Desessarts, membres de l'Institut, est présentée par son Exc. le Ministre de l'intérieur, et admise à la barre du Conseil.

Séance du
Conseil d'état
du 6 février
1808.

*DISCOURS de M. BOUGAINVILLE, Président
de l'Institut.*

SIRE,

VOTRE MAJESTÉ impériale et royale a ordonné que les classes de l'Institut viendroient dans son Conseil lui rendre compte de l'état des sciences, des lettres et des arts, et de leurs progrès depuis 1789.

Sciences mathématiques.

A

DISCOURS

La classe des sciences mathématiques et physiques s'acquitte aujourd'hui de ce devoir ; et si je me présente à la tête des savans qui la composent , c'est à mon âge que je dois cet honneur.

Mais, SIRE, telle est la diversité des objets dont cette classe s'occupe , que , même avec la précision dont un savoir profond et l'esprit d'analyse. donnent la faculté, le rapport qui en contient l'exposé exige une grande étendue.

Ce n'est donc que de l'esquisse, et , pour ainsi dire, de la préface de leur ouvrage , que MM. Delambre et Cuvier vont faire la lecture.

Je ne me permets qu'une seule observation , c'est que l'époque de 1789 à 1808, en même temps qu'elle sera pour les événemens politiques et militaires une des plus mémorables dans les fastes des peuples , sera aussi une des plus brillantes dans les annales du monde savant.

La part qui est due aux François pour le perfectionnement des méthodes analytiques qui conduisent aux grandes découvertes du système du monde , et pour les découvertes même dans les trois règnes de la nature , prouvera que si l'influence d'un seul homme a fait des héros de tous nos guerriers , nos savans , honorés par la protection de votre Majesté , qu'ils ont vue dans leurs rangs , sont en droit d'ajouter des rayons à la gloire nationale.

SUR LES SCIENCES MATHÉMATIQUES. 3

*DISCOURS de M. DELAMBRE, Secrétaire perpétuel
de la Classe, pour les Sciences mathématiques.*

SIRE,

DANS une circonstance aussi mémorable que glorieuse pour les sciences, à l'instant où elles sont admises à l'honneur de déposer au pied de votre trône le tableau des acquisitions qu'elles ont faites, des faits intéressans dont elles se sont enrichies, le desir si naturel d'exposer à votre Majesté les découvertes nouvelles sous le jour le plus avantageux, ne nous fera point oublier que chaque partie des connoissances humaines a son langage et son style, et que celui des mathématiques ne peut avoir d'autre mérite que la concision et la simplicité. Mais, quand la raison ne nous porteroit pas à nous attacher scrupuleusement à ce principe, l'abondance des faits que nous avons à présenter à votre Majesté, nous en feroit une nécessité indispensable.

MATHÉMA-
TIQUES.

Toutes les parties des mathématiques ont entre elles une liaison intime, et se prêtent de mutuels secours. Nous commencerons par celles qui ont été cultivées les premières, et qui servent d'introduction à toutes les autres.

La partie élémentaire nous offrira d'abord deux ouvrages qui ont également mérité leur succès. Dans l'un, M. Legendre rappelle la géométrie à son antique sévérité, et donne des idées nouvelles pour en traiter quelques

A 2

4

DISCOURS

parties d'une manière tout analytique. Dans l'autre, M. Lacroix s'est proposé de conserver tout ce que l'ancienne méthode avoit d'essentiel, en sorte pourtant que son livre pût servir d'introduction à l'analyse moderne.

La belle collection des mathématiciens Grecs fut complétée en 1791 par l'Archimède de Torelli, dont M. Peyrard vient de donner une traduction fidèle, augmentée du mémoire de Delambre sur l'arithmétique des Grecs. Avant ce mémoire, dont votre Majesté elle-même avoit daigné fournir le sujet, on avoit peine à concevoir comment les Grecs, avec une notation si imparfaite en comparaison de la nôtre, avoient pu exécuter les opérations indiquées dans Archimède et Ptolémée.

La géométrie ancienne n'admettoit dans ses démonstrations que ce qui peut s'exécuter avec la règle et le compas. Mascheroni, plus sévère encore, voulut se passer de la règle. On a lieu d'être étonné du grand nombre de propositions nouvelles et piquantes qu'il a su trouver dans un sujet en apparence épuisé. Ses principaux théorèmes avoient été apportés en France avec le traité de Campo-Formio, par le vainqueur et le pacificateur de l'Italie. On desira connoître l'ouvrage entier, et bientôt il en parut une traduction Française.

Plusieurs modernes avoient déjà fait un usage heureux de la méthode qui rapporte à trois coordonnées rectangulaires la position d'un point quelconque pris dans l'espace. M. Monge a fait de ce principe le fondement d'une doctrine neuve et complète, qui est indispensable à tous les arts de construction, et à laquelle il a donné le nom de *géométrie descriptive*.

SUR LES SCIENCES MATHÉMATIQUES. 5

La trigonométrie est, sans contredit, une des plus utiles applications de la géométrie élémentaire : elle est la base de la géodésie, de la géographie, de l'astronomie et de la navigation. Le plus beau monument géodésique étoit la carte de France de Cassini. Quelques doutes élevés en 1787 sur la position respective des observatoires de Londres et de Paris, exigeoient la vérification des points placés entre Dunkerque et Boulogne. Les Anglois, de leur côté, devoient former des triangles nouveaux entre Londres et Douvres, et les deux commissions réunies devoient mesurer de concert les triangles qui traversoient le canal. D'après les progrès des arts et des sciences, on devoit s'attendre que les Anglois se piqueroient de surpasser tout ce qui avoit été fait en ce genre : ils y réussirent ; le théodolite de Ramsden, les feux Indiens qui servoient de signaux, les appareils nouveaux employés à la mesure des bases, donnèrent une exactitude jusqu'alors inouïe. Les François n'avoient à mesurer que des angles : le cercle répétiteur que Borda venoit d'inventer, n'étoit pas d'une forme aussi imposante que le théodolite ; mais il renfermoit dans sa construction même un principe qui lui assuroit une précision au moins égale et plus indépendante du talent de l'artiste. Les commissaires François, Cassini, Legendre et Méchain, soutinrent la concurrence.

Cet heureux essai donna l'idée de l'opération sur laquelle on fonda, bientôt après, un nouveau système de mesures : l'unité première devoit être le quart du méridien ; dans l'impossibilité d'en effectuer la mesure entière, on choisit l'arc le plus étendu que présente aucun continent, celui qui est compris entre Dunkerque et Barcelone.

Mesure de la
méridienne.

6

DISCOURS

Méchain et Delambre furent chargés de ce travail, que les circonstances rendoient si difficile. Leurs opérations, toujours contrariées, long-temps suspendues, commencèrent en 1792 et ne finirent qu'en 1799. Ils mesurèrent en cinq endroits différens la hauteur du pôle et la direction de la méridienne. Leurs triangles s'étendirent de Dunkerque à Barcelone. Delambre, en outre, mesura deux bases de 12,000 mètres chacune ; et, malgré l'intervalle de 700,000 qui les sépare, elles s'accordèrent à trois décimètres.

Cette précision, presque incroyable, étoit due en partie sans doute au soin des observateurs, mais sur-tout au cercle de Borda, qui, par la multiplication des angles, anéantit les erreurs de division et d'observation ; elle étoit due à la construction ingénieuse des règles métalliques imaginées par le même géomètre, et aux soins qu'il avoit donnés à leur vérification.

On connut exactement dix degrés du méridien ; Méchain avoit entrevu la possibilité d'y ajouter deux degrés nouveaux, en conduisant ses triangles jusqu'aux Baléares. L'exécution de ce projet, qui depuis lui coûta la vie, vient d'être reprise par deux jeunes astronomes pleins de talens et de courage (MM. Biot et Arago), qui la continuent en ce moment, et la termineront cet hiver.

La perte de Méchain, si vivement sentie par tous les savans, laissa son collègue seul chargé de tous les calculs, et de la rédaction de l'ouvrage qui devoit contenir toutes les pièces justificatives. Il a mis ses soins à publier les observations avec la plus grande fidélité, à exposer toutes les formules de réduction, à les démontrer d'une manière

SUR LES SCIENCES MATHÉMATIQUES. 7

élémentaire. M. Legendre avoit donné des méthodes nouvelles, un théorème extrêmement curieux, pour ramener aux triangles rectilignes les triangles très-peu courbes que l'on forme à la surface de la terre. Il a depuis démontré que ce même théorème s'applique aux triangles sphéroïdiques. Ses nouvelles formules, et celles de Delambre pour tous ces mêmes problèmes, font la base de l'instruction publiée par le dépôt général de la guerre ; elles ont été adoptées par l'astronome Svanberg, qui, en 1802, a mesuré de nouveau le degré de Suède ; elles ont changé la face de cette partie, plus importante que difficile, de nos connoissances.

Ces grandes opérations ont répandu en Europe le goût de la géodésie : la France leur doit la carte de ses nouveaux départemens ; l'Angleterre, celle de ses provinces méridionales ; l'Allemagne, plusieurs contrées levées en partie par les ingénieurs François ; la Suisse, la description de plusieurs de ses cantons. L'usage du cercle répétiteur s'est étendu dans tout le continent ; et l'on peut espérer que dans peu toute la surface de l'Europe sera couverte de triangles, et les souverains connoîtront leurs états mieux que les particuliers ne connoissent leurs propriétés.

La division décimale du cercle, si commode pour les observateurs et les calculateurs, exigeoit de nouvelles tables trigonométriques. M. Prony les fit construire, avec une célérité incroyable, par des moyens tout nouveaux qui lui permettoient d'employer les arithméticiens les moins instruits. Une section d'analystes, présidée par M. Legendre, préparoit le travail, et les autres sections n'avoient plus

Tables trigonométriques.

que des additions à faire. On eut ainsi deux exemplaires des tables entièrement indépendans l'un de l'autre. Ce monument, le plus vaste qui ait jamais été exécuté ou même conçu, n'a d'autre défaut que son immensité même, qui en a jusqu'ici retardé la publication. Borda, qui avoit senti la nécessité de tables plus portatives, les fit calculer sous ses yeux; mais il ne put achever ce travail. Delambre le termina, et donna dans sa préface des méthodes différentes de celles de MM. Prony et Legendre, qui auroient conduit avec une égale promptitude au même but, et qui nous ont fourni des vérifications très-curieuses.

MM. Hobert et Ideler ont aussi calculé, par d'autres moyens, des tables fort exactes et plus portatives encore.

Algèbre.

Si de la géométrie nous passons à l'algèbre ordinaire, nous trouverons des progrès moins sensibles, mais infiniment plus difficiles. Les mémoires de M. Lagrange sur la résolution complète des équations littérales, en réduisant le problème à ses moindres termes, avoient montré combien il est encore difficile. M. Ruffini se proposa de prouver qu'il est impossible. M. Lagrange voulut du moins faciliter la solution des équations numériques; son analyse savante a réduit la question à la recherche d'une quantité plus petite que la plus petite différence des racines. Il exprimoit le desir qu'on pût trouver des méthodes qui fussent à la portée des arithméticiens. M. Budan, docteur en médecine, en a donné une qui n'emploie que l'addition; et ce degré de simplicité, qu'on n'osoit espérer, sera difficilement surpassé.

Les leçons de l'École normale avoient donné à nos géomètres l'occasion d'éclaircir les théories les plus obscures.

SUR LES SCIENCES MATHÉMATIQUES. 9

obscurer. M. Lagrange développa l'analyse du cas irréductible ; et M. Laplace, la démonstration du théorème de d'Alembert sur les racines imaginaires. M. Gauss décomposa depuis en facteurs du second degré, des équations dont l'abaissement paroissoit impossible : il donna les moyens d'inscrire au cercle, sans employer que la règle et le compas, des polygones dont le nombre des côtés est exprimé par un nombre premier (de la forme $2^n + 1$). M. Legendre démontra le cas particulier du polygone de dix-sept côtés.

L'analyse appliquée à la géométrie par M. Monge présente les équations des lignes, des plans, des courbes du second degré, la théorie des plans tangens, enfin les principales circonstances de la génération des surfaces courbes exprimées par des équations différentielles partielles, dont l'auteur se sert pour intégrer d'une manière élégante un grand nombre d'équations, en suivant pas à pas les détails de la description géométrique. Dès 1772, il avoit montré la liaison qui existe entre les courbes à double courbure et les surfaces développables. M. Lancret a fait voir la relation des deux courbures, et transporté dans l'espace les développées imparfaites de Réaumur.

MM. Hachette et Poisson ont ajouté des théorèmes élégans, des développemens précieux, à l'ouvrage de M. Monge. M. Carnot a renfermé dans des formules symétriques et curieuses toutes les questions relatives à cinq points quelconques pris dans l'espace.

Fermat avoit supprimé les démonstrations de plusieurs théorèmes remarquables d'analyse indéterminée. Euler et

Théorie des
nombres.

Sciences mathématiques.

B

M. Lagrange les ont trouvées. M. Legendre y avoit ajouté plusieurs propositions importantes ; et dans son *Essai sur la théorie des nombres*, il avoit repris la matière à son origine , et s'étoit livré à des recherches profondes pour arriver à la démonstration alors inconnue du théorème général de Fermat. M. Gauss a traité d'une manière entièrement nouvelle toute cette théorie, dans un ouvrage singulièrement remarquable, dont il nous est impossible de donner une idée, parce que tout y est nouveau, jusqu'au langage et à la notation.

On peut rapporter à ce genre d'analyse la théorie des fractions continues, et celle de la transformation des équations traitée avec tant de succès par M. Lagrange.

Traité.

Le calcul différentiel et intégral occupoit les géomètres depuis cent ans ; et les *Infiniment petits* de l'Hôpital, le *Calcul intégral* de M. Bougainville, étoient les seuls ouvrages qui formassent un corps de doctrine. Euler a depuis donné des traités plus complets qu'il avoit enrichis de ses découvertes ; la marche si rapide de l'analyse les avoit rendus insuffisans. M. Lacroix, qui s'étoit dévoué à l'enseignement, réunit dans un grand traité toutes les méthodes éparses : en les rapprochant, en les développant, en y joignant ses propres idées, il s'est associé à la gloire des grands géomètres, dont il a propagé les découvertes.

M. Bossut, si connu par ses traités sur toutes les parties des mathématiques élémentaires, et par son *Hydrodynamique*, dont il vient de donner une édition augmentée, a complété ce cours par un traité de calcul différentiel et intégral, où l'on retrouve toutes les mêmes qualités qui avoient fait le succès des autres parties, cet ordre méthodique,